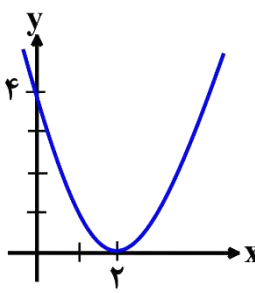
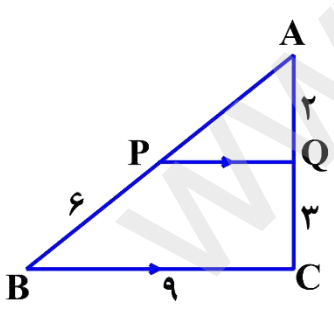
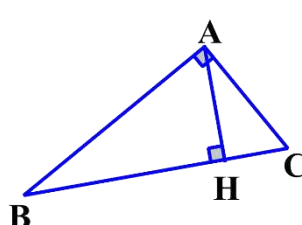
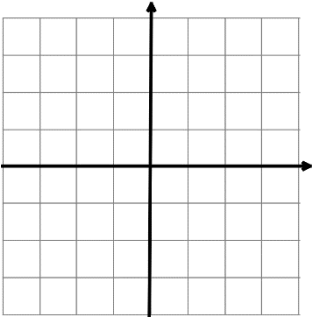
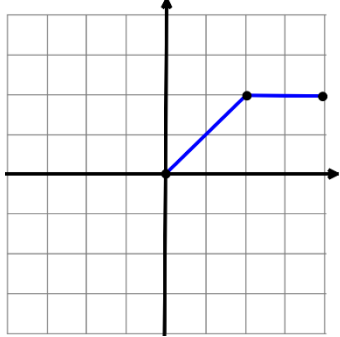
	نام درس : ریاضی (۲)	* به نام خدا *	نام :
	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۳ اصفهان	نام خانوادگی :
	تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۱۰/۱۶	کارشناسی سنجش	نام پدر :
	تعداد صفحه : ۳ صفحه	دبیرستان غیردولتی خرد متوسطه دوم	نام کلاس : یازدهم تجربی
	تعداد سوالات : ۱۲ سوال	آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۳ - ۱۴۰۲	نام دبیر : امید نورانی - دکتر زهرا غفارزاد قویدل

* دانش، نابود کننده‌ی نادانی است. امام علی (ع) *

ردیف	سوالات	صفحه : ۱	بارم
۱	عبارات درست را با «✓» و عبارات نادرست را با «*» مشخص کنید. الف) هر تابع خطی یک‌به‌یک است. (با رسم شکل) <input type="checkbox"/> ب) در هر مثلث اندازه‌ی هر ضلع از اندازه‌ی هر ارتفاع بزرگ‌تر است. (با رسم شکل) <input type="checkbox"/>		۲
۲	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. الف) دو خط $y = mx + \frac{1}{3}$ و $y = -2x + 1$ بر هم عمودند، مقدار m برابر است. (با راه حل) ب) هر نقطه که از دو سر یک پاره خط به فاصله‌ی یکسان باشد، روی قرار دارد. پ) دامنه‌ی تابع گویای با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{x-3}{x^2-3x-4}$ برابر است. (با راه حل)		۳
۳	گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید. الف) فاصله‌ی نقطه‌ی $P(7, -4)$ از خط $2x + y = 5$ را به دست آورید. (با راه حل و جواب را گویا کنید) <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <input type="radio"/> $\frac{1}{5}$ (۱) <input type="radio"/> $\sqrt{5}$ (۲) <input type="radio"/> ۵ (۳) <input type="radio"/> $\frac{2}{5}$ (۴) </div> ب) اگر $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$ ، نسبت $\frac{a}{b}$ برابر کدام است؟ (با راه حل) <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <input type="radio"/> $\frac{5}{2}$ (۱) <input type="radio"/> $\frac{5}{4}$ (۲) <input type="radio"/> $\frac{2}{5}$ (۳) <input type="radio"/> ۵ (۴) </div>		۲
۴	در جمله‌ی زیر گزینه‌ی درست را به همراه راه حل از داخل پرانتز انتخاب کنید. دامنه‌ی تابع $f(x) = 2 + \sqrt{x+2}$ برابر ($[-2, +\infty)$, $(-\infty, -2]$) است.		۱
۵	الف) معادله‌ی درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $1 + \sqrt{2}$ و $1 - \sqrt{2}$ باشد. ب) آیا دو تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x - 2$ و $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$ با هم برابرند؟ چرا؟		۲
ادامه سوالات در صفحه دوم			

ردیف	نوبت اول - ریاضی (۲)	ادامه سوالات	صفحه : ۲	بارم
۶	معادلات زیر را حل کنید.			۲
		الف) $\frac{2x+3}{2x-2} - \frac{5}{x^2-1} = \frac{2x-3}{2x+2}$		
		ب) $\sqrt{x^2+7}+5=3x$		
۷	روش رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای غیر واقع بر آن را بیان کنید. (همراه با رسم شکل)			۱
۸	معادله‌ی سهمی زیر را بنویسید.			۲
				
۹	در شکل مقابل $DE \parallel BC$ است. مقدار x و y را به دست آورید.			۱
				
۱۰	در مثلث قائم‌الزاویه‌ی زیر، اندازه‌ی پاره‌خط‌های خواسته شده را به دست آورید.			۱
	$AB = 8, AC = 6, BC = ?, AH = ?$			
				
ادامه سوالات در صفحه سوم				

ردیف	نوبت اول - ریاضی (۲)	ادامه سوالات	صفحه : ۳	بارم
۱۱	الف) مقدار $\left[\frac{۲۵}{۴}\right]$ را به دست آورید. ب) نمودار تابع با ضابطه $f(x) = [x] + ۲$ در بازه $[-۱, ۲]$ را رسم کنید.			۲
۱۲	در شکل زیر نمودار تابع f داده شده است. نمودار تابع با ضابطه $y = f(x + ۲)$ را رسم کنید.			۱
جمع	* فرایا پتان کن سرانجام کار تو فشنور باشی و ما رستگار *			۲۰



نام درس: ریاضی (۲)

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۱۶

تعداد صفحه: ۳ صفحه

تعداد سوالات: ۱۲ سوال

* به نام خدا *

مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۳ اصفهان

کارشناسی سنجش

دبیرستان غیردولتی خرد متوسطه دوم

آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۳ - ۱۴۰۲

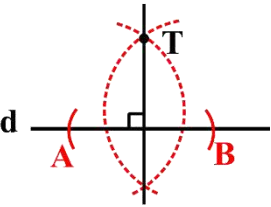
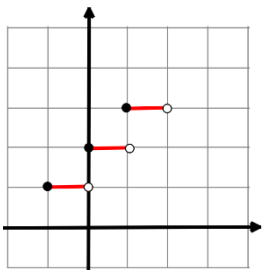
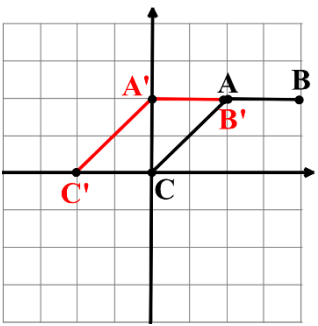
راهنمای تصحیح

نام کلاس: یازدهم تجربی

نام دبیر: امید نورانی - دکتر زهرا غفارزاد قوبدل

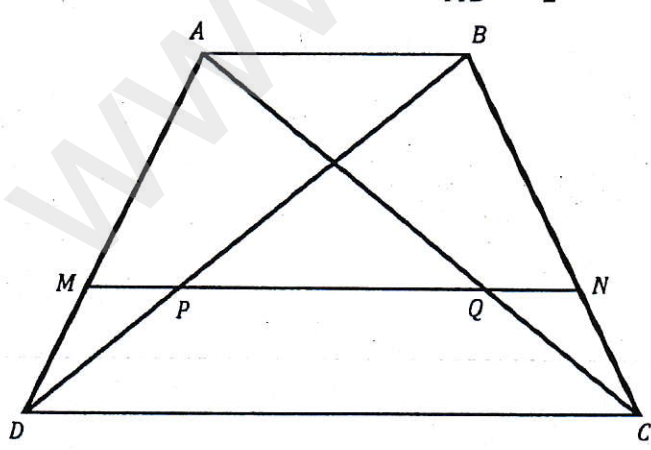
* دانش، نابود کننده نادانی است. امام علی (ع) *

بارم	صفحه: ۱	پاسخنامه	ردیف
۲		(ب) نادرست	۱ الف) درست
۳	الف) $m = \frac{1}{2} \rightarrow -2 \times \frac{1}{2} = -1$	عمودمنصف آن پاره خط (ب)	۲
۲	پ) $x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow (x-4)(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -1 \end{cases}$		۳ الف) گزینه‌ی ۲ ب) گزینه‌ی ۲
۲	$P(7, -4) \quad \left. \begin{aligned} 2x + y - 5 = 0 \rightarrow a = 2, b = 1, c = -5 \end{aligned} \right\} \rightarrow d = \frac{ 2 \times 7 + 1 \times -4 - 5 }{\sqrt{4 + 1}} = \frac{5}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \rightarrow d = \sqrt{5}$ $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b} \rightarrow a(1+b) = b(1+a) \rightarrow \cancel{a} + \cancel{ab} = 1 \cdot b + \cancel{ab} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{1} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{4}$		۴
۱	$f(x) = 2 + \sqrt{x+2} \quad x+2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2 \rightarrow x \in [-2, +\infty)$		۵
۲	$\left. \begin{aligned} \text{الف) } S &= (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2 \rightarrow \underline{S = 2} \\ P &= (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1 \rightarrow \underline{P = -1} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{x^2 - Sx + P = 0} x^2 - 2x - 1 = 0$	(ب) خیر باهم برابر نیستند زیرا: $D_f = \mathbb{R}, D_g = \mathbb{R} - \{2\}$	۶
۲	$\text{الف) } \frac{2x+3}{2x-2} - \frac{5}{x^2-1} = \frac{2x-3}{2x+2}$ $\frac{2x+3}{2(x-1)} - \frac{5}{x^2-1} = \frac{2x-3}{2(x+1)} \rightarrow \frac{(2x+3)(x+1)}{2(x-1)(x+1)} - \frac{2(5)}{2(x^2-1)} = \frac{(2x-3)(x-1)}{2(x+1)(x-1)}$ $\frac{(2x+3)(x+1) - 10}{2(x^2-1)} = \frac{(2x-3)(x-1)}{2(x^2-1)} \rightarrow (2x+3)(x+1) - 10 = (2x-3)(x-1) \rightarrow$ $\cancel{2x^2} + 2x + 3x + 3 - 10 = \cancel{2x^2} - 2x - 3x + 3 \rightarrow 5x - 7 = -5x + 3 \rightarrow 10x = 10 \rightarrow \underline{x = 1}$		
	ب) $\sqrt{x^2+7+5} = 3x \rightarrow \sqrt{x^2+7} = 3x-5 \rightarrow x^2+7 = (3x-5)^2$		
	$\rightarrow x^2+7 = 9x^2 - 30x + 25 \rightarrow 8x^2 - 30x + 18 = 0 \rightarrow \Delta = 324 \rightarrow x = \frac{30 \pm 18}{16} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = \frac{3}{4} \end{cases}$		
ادامه پاسخنامه در صفحه دوم			

ردیف	نوبت اول - ریاضی (۲)	ادامه پاسخنامه	صفحه ۲ : بارم	
۷	به مرکز A و شعاع دلخواه کمائی می‌زنیم تا خط d را در دو نقطه‌ی A و B قطع کند عمودمنصف AB پاره خط جواب است.		۲	
۸		$\left. \begin{array}{l} (2, 0) \rightarrow y = ax^2 + bx + c \rightarrow 0 = 4a + 2b + c \\ (0, 4) \rightarrow y = ax^2 + bx + c \rightarrow c = 4 \end{array} \right\} \rightarrow 4a + 2b + 4 = 0 \rightarrow 4a + 2b = -4 \rightarrow \boxed{2a + b = -2} \quad (I)$ $x_S = -\frac{b}{2a} \rightarrow 2 = -\frac{b}{2a} \rightarrow \boxed{4a + b = 0} \quad (II)$ $\xrightarrow{(I), (II)} \left\{ \begin{array}{l} 2a + b = -2 \\ 4a + b = 0 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -2a - b = 2 \\ 4a + b = 0 \end{array} \right. \rightarrow 2a = 2 \rightarrow a = 1 \xrightarrow{4a + b = 0} b = -4$ $\left. \begin{array}{l} c = 4 \\ a = 1 \\ b = -4 \end{array} \right\} \xrightarrow{y = ax^2 + bx + c} y = x^2 - 4x + 4$	۲	
۹		$\frac{9}{x} = \frac{x}{4} \rightarrow x^2 = 36 \rightarrow \underline{x = 6}$ $\frac{9}{15} = \frac{2y - 1}{8} \rightarrow 15(2y - 1) = 72 \rightarrow 30y - 15 = 72$ $30y = 87 \rightarrow \underline{y = 2/9}$	۱	
۱۰		$\Delta ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 = 64 + 36 = 100 \rightarrow \underline{BC = 10}$ $AB^2 = BH \cdot BC \rightarrow 64 = BH \times 10 \rightarrow \underline{BH = 6/4}$ $HC = BC - BH = 10 - 6/4 = 3/6$ $AH^2 = BH \cdot HC \rightarrow AH^2 = 6/4 \times 3/6 = 23/0.4 \rightarrow \underline{AH = 4/8}$	۱	
۱۱		$\text{الف) } \left[\frac{25}{4} \right] = [6/25] = 6$ $\text{ب) } f(x) = [x] + 2 \quad [-1, 2)$ $-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = -1 + 2 = 1$ $0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 0 + 2 = 2$ $1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = 1 + 2 = 3$		۲
۱۲			۱	
۲۰	جمع	* خسته نباشید *	۲۰	



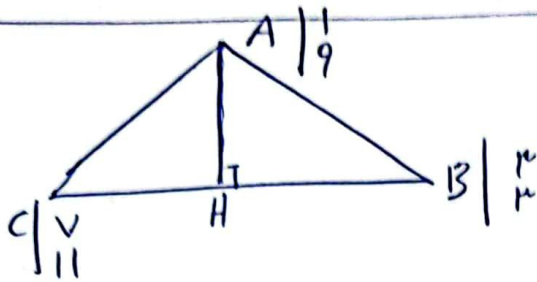
نمره به عدد:	نوبت امتحان: اول (دی ماه)	نام و نام خانوادگی:	بایه و رشته‌ی تحصیلی: یازدهم تجربی
نمره به حروف:	سال تحصیلی: ۱۴۰۲ - ۱۴۰۳		
نام مصحح:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۴	نام درس: ریاضی ۲	اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی
امضای مصحح:	ساعت شروع: صبح	نام کلاس:	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۲ اراک
	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	نام دبیر: حسینی مطلق	دبیرستان استعدادهای درخشان علامه حلی ناحیه ۲ اراک (دوره دوم)
	تعداد صفحات: ۲	شماره‌ی صندلی:	

بارم	سوالات	ردیف
۱	طول ارتفاع AH در مثلثی با رأس های $A(1,9)$ و $B(3,3)$ و $C(7,11)$ را بدست آورید؟	۱
۱	نقاط $A(2, k)$ و $B(-1, -1)$ و $C(4,1)$ ، رئوس یک مثلث هستند. اگر طول میانه BM برابر با ۵ باشد، مقدار k را بدست آورید؟	۲
۱	اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - x - 3 = 0$ باشند، معادله درجه دومی بنویسید، که ریشه های آن $\frac{2\alpha}{\alpha+3}$ و $\frac{2\beta}{\beta+3}$ باشند؟	۳
۱/۵	مجموعه جواب معادلات زیر را بدست آورید؟ الف) $\frac{1}{x^2-2x-1} - \frac{1}{x^2-2x} = \frac{1}{2}$ ب) $\sqrt{4x^2 - 8x - 3} = 2x^2 - 4x - 3$	۴
۱	به ازای کدام مقادیر m معادله درجه ۲، $(m-6)x^2 - 2mx - 3 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی منفی خواهد بود؟	۵
۲	در ذوزنقه زیر $MN \parallel DC$ و $DC = 2AB = 8$ و $\frac{AM}{MD} = \frac{3}{2}$ طول PQ را بدست آورید؟ 	۶

۲	<p>در شکل زیر $ABCD$ مربع است، نسبت $\frac{S_{CDM}}{S_{BEM}}$ را بدست آورید؟</p>	۷
۲	<p>در شکل زیر $\hat{A} = 90$ و $AC = 2\sqrt{10}$ و $BH = 6$ مقدار AB را بدست آورید؟</p>	۸
۲	<p>دامنه توابع زیر را بدست آورید؟</p> <p>الف) $f(x) = \frac{\sqrt{16-x^2}}{-x^2+x-1} + \frac{3x+1}{\sqrt{[x]-1}}$</p> <p>ب) $g(x) = \sqrt{\left(\left[\frac{x}{2}\right] - 2\right)\left(5 - \left[\frac{x}{2}\right]\right)}$</p>	۹
۲	<p>نمودار توابع زیر را رسم کنید؟</p> <p>الف) $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x} & x > 1 \\ \sqrt{-x+1} & x \leq 1 \end{cases}$</p> <p>ب) $g(x) = x + \left[\frac{1}{2}x\right] \quad 0 \leq x < 4$</p>	۱۰
۱/۵	<p>وارون پذیری تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{3x+4}{2x-1}$ را بررسی کرده و سپس ضابطه تابع وارون آن را بدست آورید؟</p>	۱۱
۱	<p>اگر $f(x) = \sqrt{4-x}$ و $g = \{(1,2), (4,7), (3,5), (0,-4), (2,0)\}$ باشد، آنگاه تابع $\frac{f}{g-1}$ را بدست آورید؟</p>	۱۲
۱	<p>در دایره ای به مساحت 9π طول کمان روبرو به زاویه مرکزی 50 درجه را بدست آورید؟</p>	۱۳
۱	<p>زوایای مثلثی با اعداد 3 و 6 و 9 متناسب اند. مجموع دو زاویه کوچکتر چند رادیان هستند؟ بدست آورید؟</p>	۱۴

« موفق باشید »

پایه تشریحی علامه مجلسی آراء ریاضی با زهد تقیری
 نویسنده: احسان مختی زاده - دانشجوی کاروسازی زنجان - طراح و دبیر استاد درس ریاضی آزمون هکلی نون
 مؤلف کتاب های ریاضی اول دوازدهم تقیری و برتر در ریاضی با زهد انسانی



شیب (1) $m_{BC} = \frac{3-11}{3-1} = \frac{-8}{-2} = 4$

$m_{AH} = \frac{-1}{m_{BC}} = \frac{-1}{4}$

$BC: y = 4x + b \xrightarrow{B(3,3)} 3 = 12 + b \rightarrow b = -9$

$\rightarrow BC: y = 4x - 9$

$AH: y = -\frac{1}{4}x + b' \xrightarrow{A(1,9)} 9 = -\frac{1}{4} + b'$

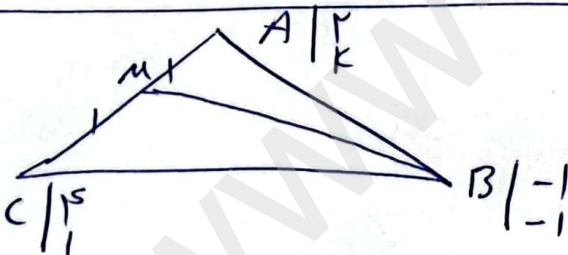
$\rightarrow b' = 9 + \frac{1}{4} = \frac{37}{4}$

$\rightarrow AH: y = -\frac{1}{4}x + \frac{37}{4}$

$\rightarrow AH = BC \Rightarrow 4x - 9 = -\frac{1}{4}x + \frac{37}{4} \xrightarrow{\times 4} 4x - 9 = -x + 37 \rightarrow 5x = 46 \rightarrow x = \frac{46}{5}$

$\rightarrow 4(\frac{46}{5}) - 9 = 11 \rightarrow H(\frac{46}{5}, 11)$

$\rightarrow AH = \sqrt{(\frac{46}{5}-1)^2 + (11-9)^2} = \sqrt{14 + 4} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$



$m \mid \begin{matrix} k \\ \frac{k+1}{1} \end{matrix}$

$BM = \sqrt{(k+1)^2 + (\frac{k+1}{1} + 1)^2} = d$

$\xrightarrow{BM \parallel AC} 2d = 14 + (\frac{k+1}{1})^2 \rightarrow \frac{k+1}{1} = \pm 2 \rightarrow \begin{cases} \frac{k+1}{1} = 2 \rightarrow k = 1 \\ \frac{k+1}{1} = -2 \rightarrow k = -3 \end{cases}$

$\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = -3$

$n_1, n_2 = \frac{2\alpha\beta}{\alpha\beta + 3(\alpha + \beta) + 9} = \frac{-6}{9} = -\frac{2}{3}$

$n_1 = \frac{2\alpha}{\alpha + 3}$

$\rightarrow n_1 + n_2 = \frac{2\alpha(\beta + 3) + 2\beta(\alpha + 3)}{(\beta + 3)(\alpha + 3)} = \frac{2\alpha\beta + 6\alpha + 2\alpha\beta + 6\beta}{\alpha\beta + 3\beta + 3\alpha + 9} = \frac{2\alpha\beta + 6(\alpha + \beta)}{\alpha\beta + 3(\alpha + \beta) + 9}$

$n_2 = \frac{2\beta}{\beta + 3}$

$\rightarrow n_1 + n_2 = \frac{-12 + 6}{-3 + 3 + 9} = \frac{-6}{9} = -\frac{2}{3} \rightarrow n^2 - 5x + 12 = 0 \rightarrow n^2 + \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} = 0$

الف) $\frac{1}{x^2 - x - 1} - \frac{1}{x^2 - x} = \frac{1}{x} \xrightarrow{x^2 - x = t} \frac{1}{t-1} - \frac{1}{t} = \frac{1}{x} \xrightarrow{x^2(4x^2-7)}$

$\rightarrow 2t - 2(t-1) = 4(t-1) \rightarrow 2t - 2t + 2 = 4t - 4 \rightarrow 4t - t - 2 = 0$

$\rightarrow (t-2)(t+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=2 \rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow \Delta = 1 + 8 = 9 \\ t=-1 \rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 1 + 4 = 5 \end{cases}$
 $x = \frac{2 \pm \sqrt{9}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$
 $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} = 1$

ب) $\sqrt{2x^2 - 11x - 12} = 2x^2 - 5x - 12 \xrightarrow{2x^2 - 5x = k} \sqrt{2k - 12} = k - 12$

$2k - 12 = k^2 \rightarrow k^2 - k + 9 = 0 \rightarrow k^2 - 11k + 18 = 0 \rightarrow (k-2)(k-9) = 0 \rightarrow \begin{cases} k=2 \\ k=9 \end{cases}$

$\rightarrow 2x^2 - 5x - 12 = 0 \rightarrow x^2 - 2.5x - 6 = 0 \rightarrow \Delta = 6.25 + 24 = 30.25 \rightarrow x = \frac{2.5 \pm \sqrt{30.25}}{2} = 1 \pm \sqrt{7.5}$

$2x^2 - 5x - 9 = 0 \rightarrow x^2 - 2.5x - 4.5 = 0 \rightarrow (x-7)(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=7 \checkmark \\ x=-1 \checkmark \end{cases}$

$(m-4)x^2 - 2mx - 12 = 0 \rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta < 0 \\ \Delta > 0 \\ \alpha\beta > 0 \end{cases}$ (د) (د) $\frac{m}{m-4}$

$\alpha + \beta = \frac{2m}{m-4} < 0 \rightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=4 \end{cases}$

	0	4
$\frac{2m}{m-4}$	-	+
$\frac{m}{m-4}$	-	+
$\frac{1}{m-4}$	+	+

$\rightarrow (0, 4) \text{ (د)}$

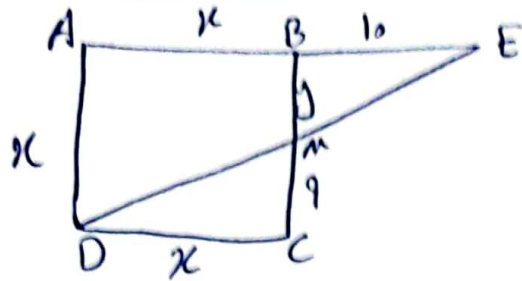
$\alpha\beta = \frac{-12}{m-4} > 0 \rightarrow m < 4 \text{ (د)}$

$\Delta = 4m^2 - 4(m-4)(-12) > 0 \xrightarrow{\div 4} m^2 + 3m - 12 > 0 \rightarrow (m-3)(m+6) > 0$

$(-\infty, -6) \cup (3, +\infty) \text{ (د)}$ $\text{د} \cap \text{د} \cap \text{د} \text{ (3, 4)}$

$MN \parallel DC \Leftrightarrow \frac{AM}{AM+MD} = \frac{MQ}{DC} \rightarrow \frac{DC}{MQ} = 1 + \frac{MD}{MA}$ (ع) (ع) $\frac{1}{1+\frac{MD}{MA}}$

$\rightarrow \frac{DC}{MQ} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \rightarrow PQ = \frac{DC - AB}{2} = \frac{1-5}{2} = -2$



$$\triangle BE \sim \triangle DM$$

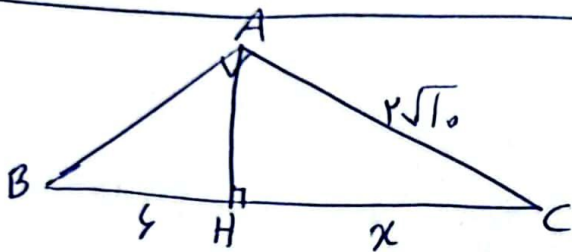
$$\frac{y}{9} = \frac{10}{x} \rightarrow xy = 90$$

$$9 + y = x \rightarrow y = x - 9 \xrightarrow{x=10} y=1$$

$$\rightarrow x(x-9) = 90 \rightarrow x^2 - 9x - 90 = 0$$

$$(x+9)(x-10) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -9 \\ x = 10 \end{cases}$$

$$\frac{S_{CDM}}{S_{BEM}} = \left(\frac{CM}{BM}\right)^2 = \left(\frac{9}{1}\right)^2 = 81$$



$$AC^2 = CH \times BC$$

$$\rightarrow (2\sqrt{10})^2 = x(x+4)$$

$$40 = x^2 + 4x \rightarrow x^2 + 4x - 40 = 0$$

$$(x+10)(x-4) = 0$$

$$\begin{cases} x = -10 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$AB^2 = BH \times BC \rightarrow AB^2 = 4 \times 10 = 40 \rightarrow AB = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

الف) $f(x) = \frac{\sqrt{17-x^2}}{-x^2+x-1} + \frac{x+1}{\sqrt{x}-1} \rightarrow \begin{cases} 17-x^2 \geq 0 \rightarrow -4 \leq x \leq 4 \text{ ①} \\ [x]-1 > 0 \rightarrow x > 1 \text{ ②} \\ \text{①} \cap \text{②} \rightarrow (1, 4] \end{cases}$

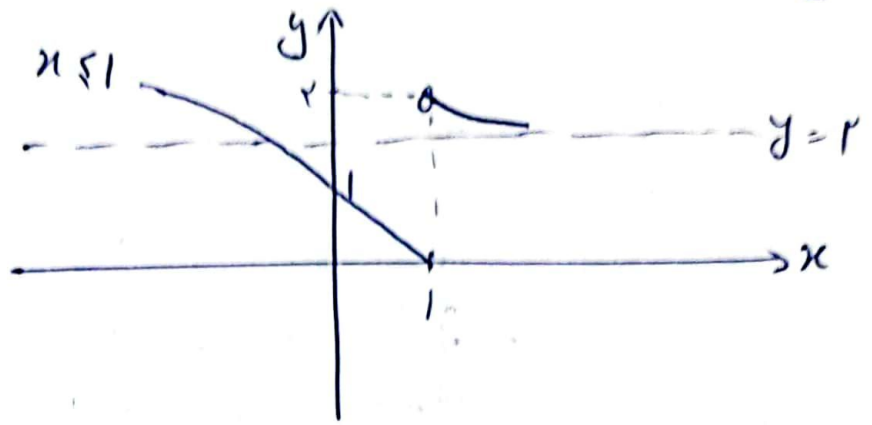
ب) $g(x) = \sqrt{\left(\left[\frac{x}{2}\right]-2\right)\left(4-\left[\frac{x}{2}\right]\right)} = \sqrt{\underbrace{\left(\left[\frac{x}{2}\right]-2\right)}_t \left(\left[\frac{x}{2}\right]-2-3\right)} = \sqrt{-t(t-5)}$

$-t(t-5) \geq 0$

$\rightarrow 0 < t < 5 \rightarrow 0 < \left[\frac{x}{2}\right]-2 < 5 \rightarrow 2 < \left[\frac{x}{2}\right] < 7$

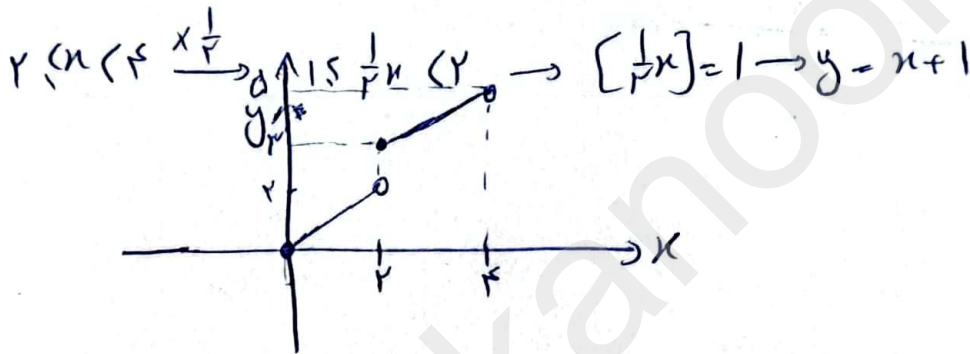
$\begin{cases} \left[\frac{x}{2}\right] > 2 \rightarrow \frac{x}{2} \geq 2 \rightarrow x \geq 4 \text{ ①} \\ \left[\frac{x}{2}\right] < 7 \rightarrow \frac{x}{2} < 7 \rightarrow x < 14 \text{ ②} \end{cases} \xrightarrow{\text{①} \cap \text{②}} x \in [4, 14)$

الف) $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x} & x > 1 \\ \sqrt{-x+1} & x \leq 1 \end{cases}$ $f(1) = 2$ (السؤال 10)



ب) $g(x) = x + \left[\frac{1}{r}x \right]$ $0 < x < r$

$0 < x < r \xrightarrow{\frac{x}{r}} 0 < \frac{1}{r}x < 1 \rightarrow \left[\frac{1}{r}x \right] = 0 \rightarrow y = x$



$f(x) = \frac{rx+r}{rx-1} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-x-r}{-rx+r} = \frac{x+r}{rx-r}$ (السؤال 11)

$f(f^{-1}(x)) = x \rightarrow \frac{r\left(\frac{x+r}{rx-r}\right) + r}{r\left(\frac{x+r}{rx-r}\right) - 1} = \frac{\frac{rx+r}{rx-r} + r}{\frac{rx+r}{rx-r} - 1} = \frac{\frac{rx+r+rx-r^2}{rx-r}}{\frac{rx+r-rx+r}{rx-r}} = \frac{rx+r+rx-r^2}{rx+r-rx+r} = \frac{11x}{rx-r} = \frac{11}{rx-r}$

$f^{-1} \circ f(x) = x$

$g^{-1} \mathbb{R} = \{(r, 1), (r, 2), (0, r), (-r, 0), (0, r)\}$ $D_f: r-x \geq 0 \rightarrow x \leq r$ (السؤال 12)
 $D_{g^{-1}} \cap D_f = \{(r, 0), (-r, 0)\} \rightarrow \frac{f}{g^{-1}} = \{D_f \cap D_{g^{-1}} \mid g^{-1} \neq 0\}$
 $\rightarrow \frac{f}{g^{-1}} = \{(r, \frac{\sqrt{r}}{1}), (0, \frac{r}{r})\} \rightarrow \frac{f}{g^{-1}} = \{(r, \sqrt{r}), (0, 1)\}$

$S = 9\pi = \pi r^2 \rightarrow r = 3 \rightarrow \frac{D}{\lambda_0} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{D_0}{\lambda_0} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{D_0}{\lambda} = \frac{L}{\mu}$ (السؤال 13)
 $\rightarrow L = \frac{D_0 \mu}{\lambda}$

$$\frac{\alpha}{12} = \frac{\beta}{4} = \frac{\gamma}{9} = k \rightarrow \begin{cases} \alpha = 12k \\ \beta = 4k \\ \gamma = 9k \end{cases} \rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 110^\circ \quad (\text{المجموع يساوي } 110^\circ)$$

$$\rightarrow 12k + 4k + 9k = 110$$

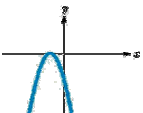
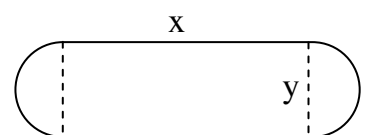
$$11k = 110^\circ \rightarrow k = 10$$

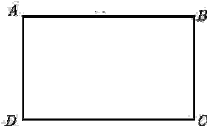
$$\rightarrow \begin{cases} \alpha = 120^\circ \\ \beta = 40^\circ \\ \gamma = 90^\circ \end{cases}$$

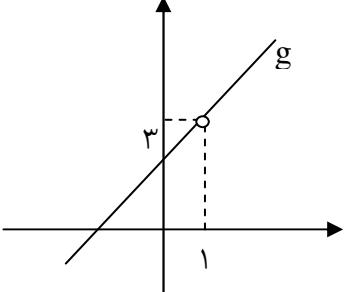
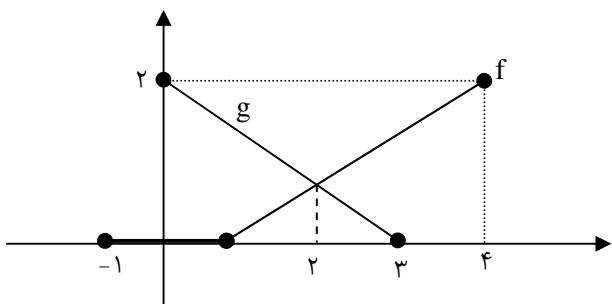
$$\rightarrow \alpha + \beta = 120^\circ + 40^\circ = 160^\circ$$

$$\rightarrow \frac{160}{110} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{160\pi}{110} = \frac{16\pi}{11}$$



بارم	توجه: استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد.	ردیف
۲	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) هر تابع خطی همواره یک تابع یک به یک است.</p> <p>ب) اگر نقاط وسط سه ضلع مثلث را به هم وصل کنیم، چهار مثلث متشابه با مثلث اول ایجاد می شود.</p> <p>پ) با توجه به معادله $y = ax^2 + bx + c$ مثلث قائم‌الزاویه قائمه‌الزاویه است.</p>  <p>ت) اگر ضلعی $\frac{b}{a+b} = \frac{b}{a+b}$ باشد، آن یک مثلث قائم‌الزاویه است.</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p>	۱
۲	<p>جای خالی را پر کنید.</p> <p>الف) طول کمان روبروبه زاویه 210° در دایره‌ای به شعاع ۶ برابر است.</p> <p>ب) اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشند حاصل $\frac{3\alpha}{\alpha^2 + 1} + \frac{3\beta}{\beta^2 + 1}$ برابر است.</p> <p>پ) مجموعه جواب معادله $\sqrt{x^2 - 9} + 2\sqrt{x - 3} = 0$ برابر {.....} است.</p> <p>ت) اگر دو خط $my = 2x + 5$ و $(1+m)x + y - 3 = 0$ بر هم عمود باشند مقدار m برابر است.</p>	۲
۰/۵	<p>گزینه مناسب را تعیین کنید.</p> <p>تابع $f(x) = x^2 - 2x - 3$ در کدام یک از بازه زیر تابع وارون دارد؟</p> <p>الف) $[0, +\infty)$ ب) $[-1, 2)$ پ) $[-3, 1]$ ت) $[0, 2]$</p>	۳
۱	<p>نقاط $A(1, -1)$ و $B(3, 0)$ و $C(-1, 3)$ رئوس یک مثلث هستند طول ارتفاع وارد بر ضلع BC را بدست آورید.</p>	۴
۱/۵	<p>می‌خواهیم با طنابی به طول ۲۰ متر دور زمینی به شکل زیر که از یک مستطیل و دو نیم دایره تشکیل شده است محصور کنیم. ابعاد مستطیل چه قدر باشد تا مساحت مستطیل بیشترین شود؟</p> 	۵
	جمع نمره	

بارم	ادامه سوالات - صفحه‌ی دوم	ردیف
۱/۵	<p>الف) علی به همراه دوستان، ماهانه یک مجله ادبی ۱۶ صفحه منتشر می‌کنند. پس از حروف چینی مطالب او معمولاً ۲ ساعت برای ویرایش مجله وقت صرف می‌کند. اگر رضا به او کمک کند کار ویرایش حدود یک ساعت و بیست دقیقه به طول می‌انجامد. اگر رضا به تنهایی بخواهد این کار را انجام دهد چه میزان زمان لازم است؟</p> <p>ب) معادله $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$ را حل کنید.</p>	۶
۱	<p>در مثلث متساوی‌الساقین ABC، اگر طول ارتفاع $AH = 4$ و مساحت آن برابر ۱۲ باشد، طریقه رسم مثلث را شرح داده و آن را رسم کنید.</p>	۷
۲	<p>الف) برای رد کردن حکم زیر یک مثال نقض بیاورید. «به ازای هر عدد طبیعی n، مقدار عبارت $n^2 + n + 43$ عددی اول است.»</p> <p>ب) با استفاده از برهان خلف ثابت کنید از یک نقطه غیرواقع بر یک خط نمی‌توان بیش از یک خط بر آن عمود کرد.</p> <p>پ) اگر دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابه باشند، ثابت کنید نسبت ارتفاع‌های نظیر دو مثلث با نسبت تشابه دو مثلث برابر است.</p>	۸
۲	<p>در مستطیل زیر، $AB = 8\text{cm}$ و از نقطه A عمود AH را بر خط BD رسم می‌کنیم. اگر $DH = \frac{18}{5}\text{cm}$ باشد</p> <p>الف) اندازه BH را بیابید.</p> <p>ب) اندازه قطر و عرض مستطیل را بدست آورید.</p> 	۹
	جمع نمره	

بارم	ادامه سوالات - صفحه‌ی سوم	ردیف
۱/۵	<p>اگر $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1}$ و نمودار g به صورت زیر باشد و نیز داشته باشیم $g^{-1}(-3) = -2$ آیا دو تابع f و g با هم برابرند؟ چرا؟</p> 	۱۰
۲	<p>الف) تابع $f(x) = \frac{1}{x-1}$ را با دامنه $\{1\} - (-5, 3)$ رسم کنید و برد آن را بیابید.</p> <p>ب) نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} [x] & 0 \leq x < 2 \\ -\sqrt{x-2} & x \geq 2 \end{cases}$ را رسم کنید.</p>	۱۱
۱/۵	<p>اگر $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{[x]^2 - [x]}$ و $g(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$ باشد:</p> <p>الف) دامنه f/g را بدست آورید.</p> <p>ب) حاصل $f(g^{-1}(2))$ را بدست آورید.</p>	۱۲
۱/۵	<p>در شکل زیر دو تابع f و g رسم شده است. نمودار حاصل جمع این دو تابع را رسم کنید.</p> 	۱۳
۲۰	جمع کل نمره	«موفق باشید»

① الف) غ (ب) من (پ) غ (ت) من

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{110}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{a}}{4}$$

$$\sqrt{a} \text{ (الف) } \textcircled{2}$$

$$\theta = \frac{L}{r}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{4} = \frac{L}{9} \Rightarrow L = \sqrt{a}$$

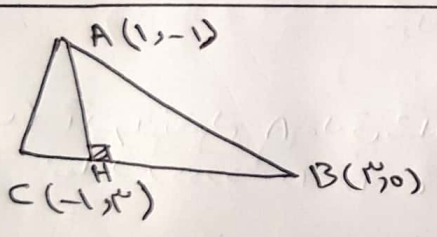
$$\frac{r\alpha}{\alpha^2+1} + \frac{r\beta}{\beta^2+1} = \frac{r\alpha}{\alpha} + \frac{r\beta}{\beta} = \frac{r}{1}$$

$$\begin{aligned} x^2 - \epsilon x + 1 &= 0 & \text{ (ب) } \frac{r}{2} \\ \alpha^2 - \epsilon\alpha + 1 &= 0 & \rightarrow \alpha^2 + 1 = \epsilon\alpha \\ \beta^2 - \epsilon\beta + 1 &= 0 & \rightarrow \beta^2 + 1 = \epsilon\beta \end{aligned}$$

$$\sqrt{x^2-9} + 2\sqrt{x-3} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2-9=0 \rightarrow x=3 \\ x-3=0 \rightarrow x=3 \end{cases} \Rightarrow \{3\} \text{ (ب)}$$

$$\begin{aligned} my = 2x + a &\rightarrow m_1 = \frac{2}{m} \\ (1+m)x + y - 1 &= 0 \quad m_2 = \frac{-(1+m)}{1} \end{aligned} \Rightarrow \frac{2}{m} = \frac{1}{m+1} \Rightarrow 2m+2=m \Rightarrow m = -2 \text{ (ب)}$$

① (ب) ②



$$m_{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 3}{3 - (-1)} = \frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ y - 0 &= \frac{3}{4}(x - 3) \\ 4y &= 3x - 9 \end{aligned}$$

$$BC \text{ line } 3x - 4y - 9 = 0$$

$$d = AH = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|(3)(1) + (-4)(-1) - 9|}{\sqrt{(3)^2 + (-4)^2}} = \frac{2}{5}$$

$$rx + \pi y = 20 \rightarrow x = \frac{20 - \pi y}{r} = 10 - \frac{\pi y}{r}$$

$$S = x \cdot y = (10 - \frac{\pi y}{r})y = -\frac{\pi}{r}y^2 + 10y$$

$$y = \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{2(-\frac{\pi}{r})} = \frac{5r}{\pi}$$

$$x = 10 - \frac{\pi}{r}(\frac{5r}{\pi}) = 10 - 5 = 5$$

$$\boxed{\begin{aligned} x &= 5 \\ y &= \frac{5r}{\pi} \end{aligned}}$$

① الف ع (ب) ص (پ) ع (ت) ص

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{210}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{7\pi}{4}$$

② الف 7π

$$\theta = \frac{L}{r}$$

$$\frac{7\pi}{4} = \frac{L}{4} \Rightarrow L = 7\pi$$

$$\frac{r\alpha}{a^2+1} + \frac{r\beta}{\beta^2+1} = \frac{r\alpha}{\alpha} + \frac{r\beta}{\beta} = \frac{r}{1}$$

③ ب $\frac{r}{2}$
 $x^2 - \epsilon x + 1 = 0 \rightarrow x^2 + 1 = \epsilon x$
 $a^2 - \epsilon a + 1 = 0 \rightarrow a^2 + 1 = \epsilon a$
 $\beta^2 - \epsilon \beta + 1 = 0 \rightarrow \beta^2 + 1 = \epsilon \beta$

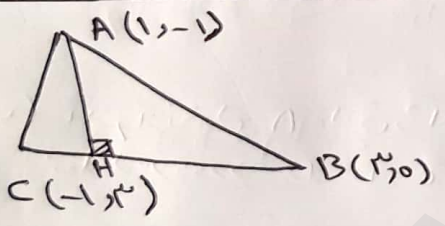
$$\sqrt{x^2-9} + 2\sqrt{x-3} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2-9=0 \rightarrow x=\pm 3 \\ x-3=0 \rightarrow x=3 \end{cases} \Rightarrow \{3\}$$

$$my = 2x + a \rightarrow m_1 = \frac{2}{m}$$

$$(1+m)x + y - 2 = 0 \rightarrow m_2 = \frac{-(1+m)}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{m} = \frac{1}{m+1} \Rightarrow 2m+2=m \rightarrow m = -2$$

④ 1 3



$$m_{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 2}{3 - (-1)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$2y = x - 3$$

$$BC \text{ line } x - 2y - 3 = 0$$

$$d = AH = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|(1)(1) + (-2)(-1) - 3|}{\sqrt{(1)^2 + (-2)^2}} = \frac{2}{5}$$

$$rx + \pi y = r_0 \rightarrow x = \frac{r_0 - \pi y}{r} = 1 - \frac{\pi}{r} y$$

$$S = x \cdot y = (1 - \frac{\pi}{r} y) y = -\frac{\pi}{r} y^2 + 1y$$

$$y = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2(-\frac{\pi}{r})} = \frac{r}{2\pi}$$

$$x = 1 - \frac{\pi}{r} (\frac{r}{2\pi}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{2}, y = \frac{r}{2\pi}}$$

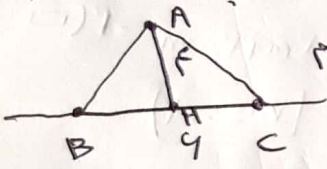
9 الف) علی در دو ساعت کل کار را انجام می دهد پس در یک ساعت $\frac{1}{2}$ کل کار را انجام می دهد.
 علی در 4 ساعت کل کار را در $\frac{4}{3}$ ساعت انجام می دهد پس در یک ساعت $\frac{3}{4}$ کل کار را انجام می دهد.
 (ب) $(1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3})$
 در شبانه روزی کل کار را در $\frac{1}{x}$ ساعت انجام می دهد لذا هر نفر در یک ساعت با میزان کار آنها در یک ساعت

برابرتی ندارد پس
 معادله $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow x=4$ ساعت
 $\frac{1}{x} + \frac{1}{12} = \frac{1}{8} \Rightarrow x=24$
 ق ق $x=3$
 $x+1=4$
 $9\sqrt{x+1}=12 \rightarrow \sqrt{x+1}=2$

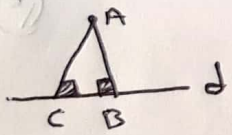
$S_{ABC} = \frac{AH \times BC}{2}$

$12 = \frac{4 \times BC}{2} \rightarrow BC=4 \rightarrow HC=3$ $AC^2 = (3)^2 + (4)^2 = 25 \Rightarrow AC=5$

مربع BC را با اندازه 4 رسم می کنیم از نقطه H وسط BC عمودی با اندازه 3 می کشیم
 مابقی و A می نامیم پس سمت چپ است کمائی به مرکز A ارتفاع 4 داریم

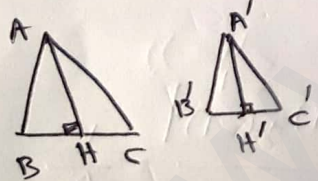


الف) $n=43$
 $4^2 + 4^2 + 4^2 = 4^3 (4^2 + 1 + 1) = 4^3 \times 45$ برکت

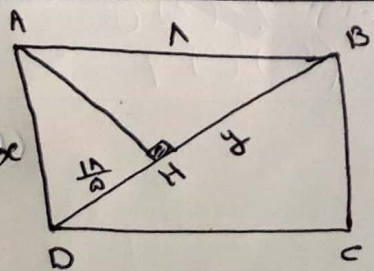


ب) آنرا از نقطه A مثلثی شکل رو برو دو خط عمود بر خط BC رسم می کنیم و تمامیدر خود را B و C می نامیم چون در مثلث

$A+B+C=180$
 $A+90+90=180 \rightarrow A=0$ لذا من خلف باطل است در نتیجه حکم برقرار است.



$ABC \sim A'B'C' \Rightarrow \begin{cases} B=B' \\ H=H'=90 \end{cases} \xrightarrow{\text{ق اول}} ABH \sim A'B'H'$ (ب)
 $\frac{AH}{A'H'} = \frac{AB}{A'B'} = k \Rightarrow \frac{AH}{A'H'} = k$



9
 در مثلث ADB
 $AB^2 = BH \times BD$
 $4^2 = y(y + \frac{1}{a})$
 $y^2 + \frac{1}{a}y - 4^2 = 0$
 $y = -10$ غ
 $y = \frac{12}{a}$ ق

$BD = \frac{1}{a} + \frac{12}{a} = \frac{13}{a} = 10$

در مثلث ABD
 $AD^2 + AB^2 = BD^2$
 $x^2 + 4^2 = 10^2$
 $x=4 \rightarrow AD=4$

$\frac{r}{e}$

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$D_f = D_g$$

$$g(1) = r \quad x \neq 1$$

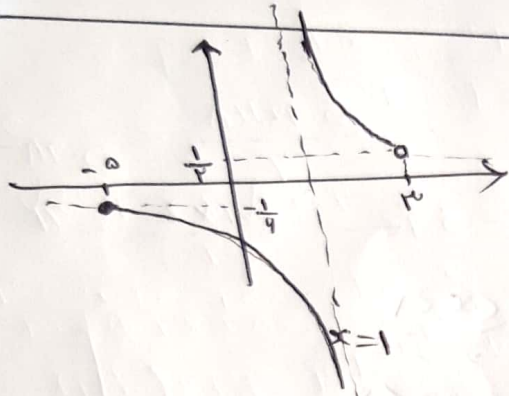
$$g(-r) = -r$$

$$g(x) = ax + b$$

$$g(x) = rx + 1$$

(10)

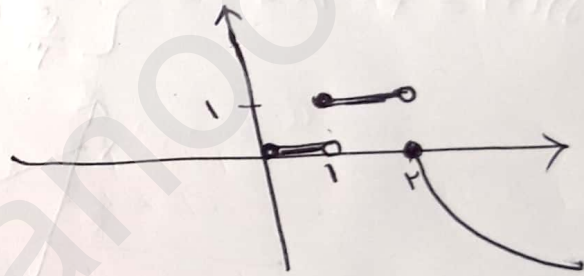
$$f(x) = \frac{(rx+1)(x-1)}{(x-1)} = rx+1 = g(x) \quad f=g$$



$$R_f = (-\infty, -\frac{1}{r}] \cup [\frac{1}{r}, +\infty)$$

(الف) (11)

$$f(x) = \begin{cases} [x] & 0 \leq x < r \\ -\sqrt{x-r} & x \geq r \end{cases}$$



(12)

D_f :

$$[x]^r - [x] = 0$$

$$[x]([x]-1) = 0$$

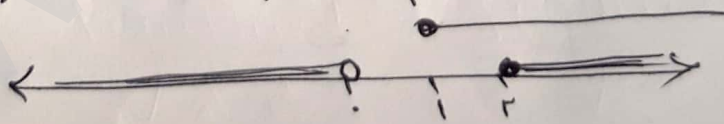
$$[x] = 0 \rightarrow 0 \leq x < 1$$

$$[x] = 1 \rightarrow 1 \leq x < r$$

$$x \in [0, r)$$

$$x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \quad D_f = [1, +\infty)$$

$$D_f = \mathbb{R} - [0, r)$$



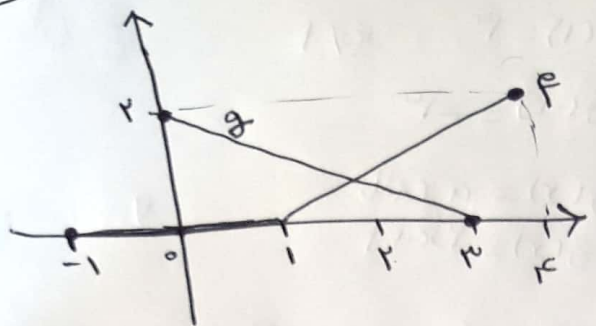
$$D_f = D_1 \cap D_f = [r, +\infty)$$

$$D_g: x-r=0 \rightarrow D = \mathbb{R} - \{r\}$$

$$D_{f/g} = D_f \cap D_g - \{x \mid g=0\} = (r, +\infty) - \{r, r\} = (r, +\infty) - \{r\}$$

$$\bar{g}(x): \rightarrow x-r=r \Rightarrow \boxed{x=a}$$

$$f(\bar{g}(a)) = f(a) = \frac{\sqrt{a-1}}{[a]^r - [a]} = \frac{r}{r^2} = \frac{1}{10}$$



$D_f = [-1, 4]$

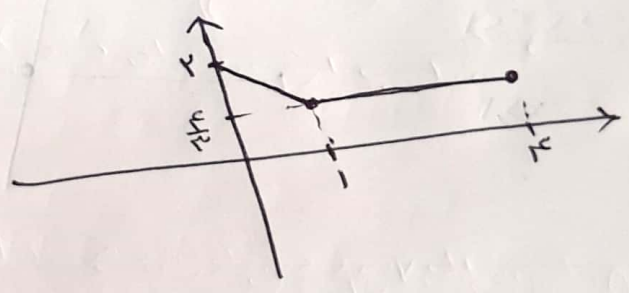
$D_g = [0, 4]$

$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [0, 4]$

$f(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < 1 \\ \frac{x-1}{3} & 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$

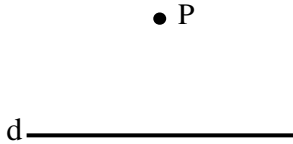
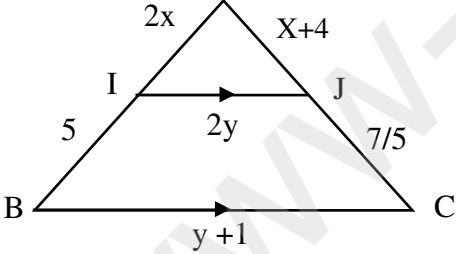
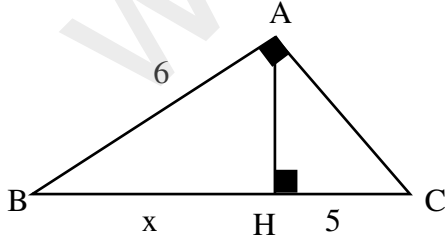
$g(x) = -\frac{x}{3} + 2$

$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = \begin{cases} -\frac{x}{3} + 2 & 0 \leq x < 1 \\ \frac{2}{3} & 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$



((همکار محترم به راه حل های معیوب به تناسب بارم ، نمره تعلق نگیرد))


<p>ماده درسی: ریاضی ۲ تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۱۶ مدت امتحان: ۹۰ دقیقه نام دبیر: نظرلو-رشادتی تعداد برگ: ۳ ساعت شروع: ۸ صبح</p>	<p>باسمه تعالی مدیریت آموزش و پرورش شهرستان خوی  سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان دبیرستان فرزنانگان خوی ۱۴۰۲ - ۱۴۰۳</p>	<p>نام و نام خانوادگی: شماره صندلی: رشته تحصیلی: تجربی پایه کلاس: یازدهم نیمسال اول</p>	
<p>نام و نام خانوادگی مصحح و امضاء</p>	<p>نمره به حروف:</p>	<p>نمره به عدد:</p>	
نمره	سؤالات صفحه یک		ردیف
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) اگر m' و m شیب های دو خط باشند و $mm' = -1$، آن دو خط برهم عمود هستند. درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/> ب) مجموع ریشه های معادله $3x^2 + 2x - 1 = 0$ برابر $\frac{1}{3}$ - می باشد. درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/> ج) نتیجه استدلال استقرایی حتماً درست است. درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/> د) اگر نقطه ای روی نیمساز یک زاویه قرار داشته باشد، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است. درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>		۱
۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. الف) شرط وارون پذیری یک تابع، آن تابع است. ب) هرگاه وسط های دو ضلع مثلثی را به هم وصل کنیم پاره خط حاصل و ضلع سوم مثلث است. ج) مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = 3x^2 + 6x + 5$ برابر است.</p>		۲
۲	<p>دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط به معادلات $x - 3y = 4$ و $3x + y = 1$ و یک رأس آن نقطه $A(2, 1)$ است مساحت این مستطیل را بدست آورید.</p>		۳
۲	<p>اگر $A(-1, 2)$ و $B(3, 0)$ و $C(1, -2)$ سه رأس مثلث ABC باشند طول ارتفاع BH را بیابید؟</p>		۴
۱	<p>ضابطه سهمی شکل زیر را بنویسید. </p>		۵

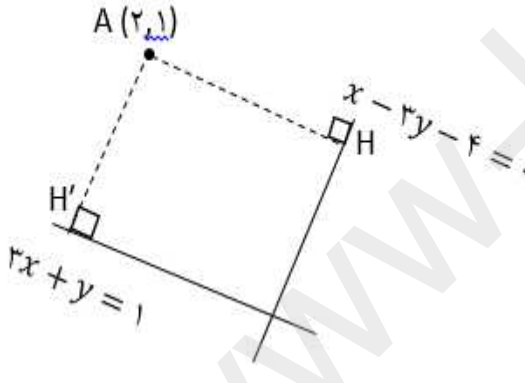
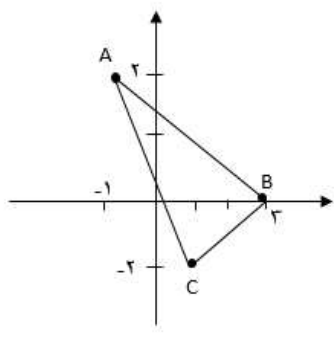
ردیف	سؤالات صفحه دو	نمره
۶	معادله رادیکالی زیر را حل کنید. $\sqrt{x+1} + 5 = x$	۱
۷	اگر α, β ریشه‌های معادله $x^2 - 3x - 1 = 0$ باشند حاصل $\frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2}$ را بدست آورید.	۱
۸	از نقطه P خارج d ، یک عمود رسم کنید. (روش رسم را توضیح دهید). 	۱
۹	اگر $\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{13}$ ، آنگاه حاصل عبارت $\frac{7a-4b}{2c}$ را بدست آورید.	۱
۱۰	در شکل زیر $IJ \parallel BC$ است مقدار x و اندازه پاره‌های AI و AJ و BC را بدست آورید. 	۲
۱۱	در شکل مقابل $AB = 6$ و $CH = 5$ می‌باشد، طول ارتفاع AH را بدست آورید. 	۱/۵
۱۲	دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-1} - \frac{4x}{x-1} - 3$ را بدست آورید.	۱

--	--	--

ردیف	سؤالات صفحه سه	نمره
۱۳	اولاً ثابت کنید تابع $f(x) = \frac{-3x+2}{x+4}$ یک به یک است. سپس ضابطه معکوس آنرا محاسبه کنید.	۲
۱۴	نمودار $y = [x] + 2$ را در بازه $(-1, 1)$ رسم کنید.	۱
۱۵	اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{3x}{x-1}$ باشد مقدار $(\frac{g-f}{2f})(4)$ را بیابید.	۱
۱۶	$\frac{5\pi}{4}$ را به درجه و 120° را به رادیان تبدیل کنید.	۰/۵
		۲۰

موفق باشید

ماده درسی: ریاضی ۲ تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۱۶ مدت امتحان: ۹۰ دقیقه نام دبیر: تعداد برگ: ۲ پاسخ تشریحی سئوالات امتحانی: ریاضی ۲	بسمه تعالی مدیریت آموزش و پرورش شهرستان خوی  سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان دبیرستان فرزندگان خوی ۱۴۰۲-۱۴۰۳	نام و نام خانوادگی: شماره صندلی: رشته تحصیلی: تجربی پایه کلاس: یازدهم نیمسال: اول
--	--	---

بارم	پاسخ سئوالات ریاضی ۲			ردیف
۱	الف) درست ب) نادرست ج) نادرست (نتیجه ای که از استدلال استقرایی به دست می آید چون با مثال به دست آمده ارزش ریاضی ندارد و نتیجه آن لزوما درست نیست). د) درست (هر کدام ۰/۲۵)			۱
۱	الف) یک به یک بودن ب) موازی- نصف ج) ۱- (هر کدام ۰/۲۵)			۲
۲	 $AH = \frac{ x_0 - 3y_0 - 4 }{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \frac{ 2 - 3(1) - 4 }{\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{10}} \quad ۰/۷۵$ $AH' = \frac{ 3x_0 + y_0 - 1 }{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{ 3(2) + 1 - 1 }{\sqrt{10}} = \frac{6}{\sqrt{10}} \quad ۰/۷۵$ $S = AH \times AH' = \frac{5}{\sqrt{10}} \times \frac{6}{\sqrt{10}} = \frac{30}{10} = 3 \quad ۰/۵$			۳
۲	 $m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{-2 - 2}{1 - (-1)} = \frac{-4}{2} = -2 \quad ۰/۵$ <p>معادله AC: $y - y_A = m_{AC}(x - x_A) \Rightarrow y - 2 = -2(x + 1)$ $\Rightarrow y + 2x = 0 \quad ۰/۷۵$</p>			۴

$$BH \text{ ارتفاع: } BH = \frac{|y + rx|}{\sqrt{r^2 + 1}} = \frac{|0 + 2(2)|}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = 1 \rightarrow b = -2a \quad S(1, -1) \text{ و } (0, -2)$$

۰/۲۵

$$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow -1 = a(1)^2 - 2a(1) - 2 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\text{معادله سهمی} \Rightarrow y = -x^2 + 2x - 2 \quad ۰/۷۵$$

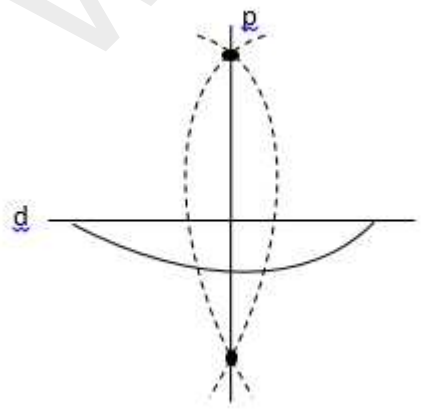
$$\sqrt{x+1} = x-5 \Rightarrow x+1 = x^2 + 25 - 10x \Rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0 \Rightarrow (x-8)(x-3)$$

$$= 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 8 & \text{قق} & ۰/۲۵ \\ x = 3 & \text{غقق} & ۰/۲۵ \end{cases}$$

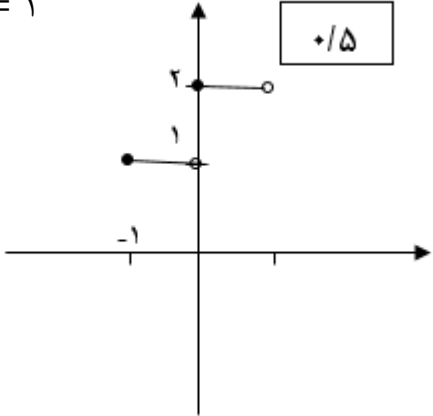
$$S = \alpha + \beta = \frac{-(-3)}{1} = 3 \quad p = \alpha \cdot \beta = \frac{-1}{1} = -1$$



$$\frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2} = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha^2\beta^2} = \frac{S^3 - 3ps}{p^2} = \frac{3^3 - 3(-1)(3)}{(-1)^2} = \frac{27 + 9}{1} = 36$$

سوزن پرگار را روی نقطه ی مفروض گذاشته کمانی می زنیم و قسمتی از خط به پاره خط تبدیل می شود و به اندازه کمی بیشتر از نصف پاره خط از هر دو نقطه پاره خط کمان هایی می زنیم و نقاط تقاطع را بهم وصل می کنیم.

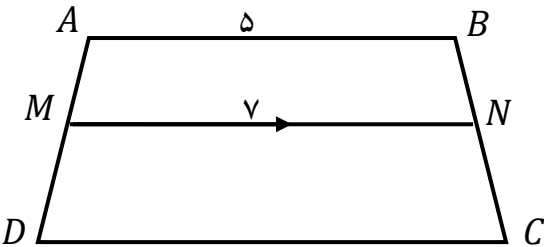
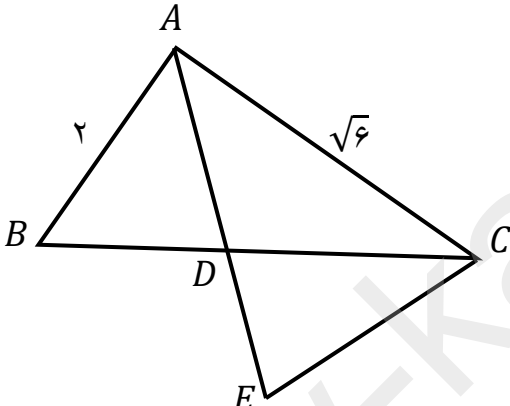
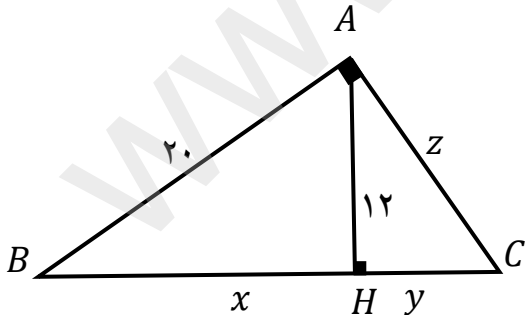


۱	$\begin{cases} \frac{a}{5} = x \Rightarrow a = 5x \\ \frac{b}{7} = x \Rightarrow b = 7x \\ \frac{c}{13} = x \Rightarrow c = 13x \end{cases}$ $\frac{7a - 4b}{2c} = \frac{7(5x) - 4(7x)}{2(13x)} = \frac{35x - 28x}{26x} = \frac{7x}{26x} = \frac{7}{26}$ <div style="text-align: right;"> .۱۵ .۱۵ </div>	۹
۲	<p>$IJ \parallel BC$ ق تالس $\rightarrow \frac{AI}{IB} = \frac{AJ}{JC} \Rightarrow \frac{2x}{5} = \frac{x+4}{7/5} \Rightarrow 10x = 20 \Rightarrow x = 2$.۱۲۵</p> <p>$AI = 2 \times 2 = 4$.۱۲۵ $AJ = 2 + 4 = 6$.۱۲۵</p> <p>$IJ \parallel BC$ تعميم ق تالس $\rightarrow \frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{2y}{y+1} \Rightarrow y = \frac{2}{7}$.۱۲۵</p> <p>$BC = \frac{2}{7} + 1 = \frac{9}{7}$.۱۲۵</p>	۱۰
۱/۵	<p>$BH = x$ $AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 6^2 = x(x+5) \Rightarrow 36 = x^2 + 5x \Rightarrow x^2 + 5x - 36$</p> <p>$= 0 \Rightarrow (x+9)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \\ x = 4 \end{cases}$.۱۲۵ غ ق ق .۱۲۵</p> <p>$6^2 = 4^2 + AH^2 \Rightarrow AH = \sqrt{20}$.۱۲۵</p>	۱۱
۱	<p>$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3, x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ $\frac{4x}{x-1} - 3 = 0 \Rightarrow 4x = 3x - 3 \Rightarrow x = -3$</p> <p>$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$</p> <p>$D_f = R - \{1, 3, -3\}$</p>	۱۲
۲	<p>$y_1 = y_2 \Rightarrow \frac{-3x_1 + 2}{x_1 + 4} = \frac{-3x_2 + 2}{x_2 + 4} \Rightarrow -3x_1x_2 - 12x_1 + 2x_2 + 8$</p> <p>$= -3x_1x_2 - 12x_2 + 2x_1 + 8 \Rightarrow 14x_1 = 14x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$ ۱ یک به یک است.</p> <p>$y = \frac{-3x+2}{x+4} \Rightarrow x = \frac{-3y+2}{y+4} \Rightarrow xy + 4x = -3x + 2 \Rightarrow xy + 3y = -4x + 2 \Rightarrow$</p> <p>$y(x+3) = 2 - 4x \Rightarrow y = \frac{2-4x}{x+3}$ ۱</p>	۱۳

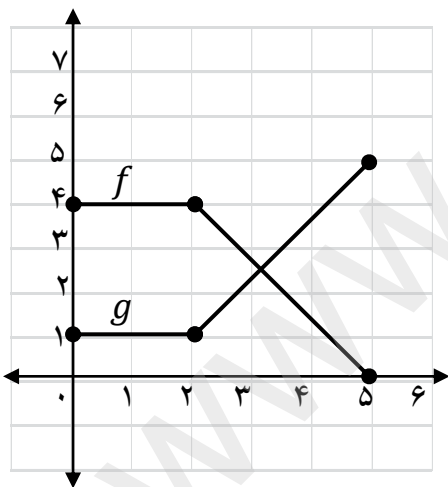
1	$-1 \leq x < \cdot \rightarrow [x] = -1 \quad y = [x] + 2 = -1 + 2 = 1$ $\cdot \leq x < 1 \rightarrow y = 2$ $[x] = \cdot \quad y = [x] + 2 = \cdot + 2 = 2$ 	14
1	$\frac{g(4) - f(4)}{2f(4)} = \frac{4 - 2}{4} = \frac{1}{2}$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1/25</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1/5</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1/25</div> </div>	15
1/5	$\frac{\Delta\pi}{4} = 225^\circ$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin: 0 10px;">1/25</div> $12^\circ = \frac{2\pi}{3}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-left: 10px;">1/25</div>	16

آزمون هماهنگ ترم اول درس: ریاضی ۲		 وزارت آموزش و پرورش سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان اداره استعدادهای درخشان استان لرستان		نام:
پایه: یازدهم	رشته: تجربی			نام خانوادگی:
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۱۲		شماره صندلی:		ردیف:
زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه		کلاس:		امتحان در ۳ صفحه و به تعداد ۱۶ سوال می‌باشد.
استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.				

ردیف	سوالات	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر α و β محل برخورد تابع $f(x) = 2x^2 + kx - k$ با محور x باشند و $\alpha + \beta = 3 - \alpha\beta$ آنگاه $k = 3$.</p> <p>ب) صفرهای هر تابع همان محل برخورد نمودار تابع با محور y ها است.</p> <p>ج) مجموعه تمام نقاطی که از یک خط به فاصله ۲ سانتیمتر هستند خطی است موازی و به فاصله ۲ سانتیمتر از آن خط.</p> <p>د) دو تابع $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{1+x} \sqrt{1-x}$ با هم مساوی هستند.</p>	۱
۲	<p>در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) در مثلث با رأس‌های $A(2, 7)$، $B(4, -6)$ و $C(-2, 8)$ معادله میانه وارد بر ضلع BC برابر است با.....</p> <p>ب) نتیجه گیری بر اساس واقعیت‌هایی که درستی آنها را پذیرفته‌ایم، استدلال..... نامیده می‌شود.</p> <p>ج) معادله درجه دومی که ریشه‌هایش $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ است به صورت..... می‌باشد.</p> <p>د) محل برخورد عمود منصف‌های هر مثلث مرکز دایره ای است که از..... مثلث می‌گذرد.</p>	۱
۳	<p>دو نقطه روی خط $x + y = 2$ قرار دارند که فاصله آنها از خط $y = \frac{1}{3}x - 1$ برابر $\sqrt{10}$ است. فاصله این دو نقطه را بیابید.</p>	۱/۵
۴	<p>منحنی تابع $y = ax^2 - ax + 2a - 1$ فقط از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد، محدوده a را مشخص کنید.</p>	۱
۵	<p>به ازای کدام مقادیر m مجموع مجذورات ریشه‌های معادله $2x^2 - mx + m = 0$ برابر ۳ است؟</p>	۱
۶	<p>معادله زیر را حل کنید.</p> $\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-5} = 1$	۱
۷	<p>متحرکی مسیر ۱۵۰۰ متری را بدون توقف رفته و برگشته است. اگر اختلاف سرعت رفت و برگشت ۵ متر بر ثانیه و اختلاف زمان رفت و برگشت ۵۰ ثانیه باشد، مجموع زمان رفت و برگشت چند ثانیه است؟</p>	۱

۱	<p>نقطه A به فاصله ۴ سانتیمتر از خط d قرار دارد. می‌خواهیم مثلث متساوی‌الساقین $(AB = AC)ABC$ را طوری رسم کنیم که مساحت آن ۸ سانتیمتر مربع باشد و دو رأس دیگر آن روی خط d باشد. روش رسم مثلث را توضیح دهید.</p>	۸
۱/۵	<p>در ذوزنقه $ABCD$ پاره خط MN موازی قاعده‌ها رسم شده و $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{3}$ است. طول قاعده DC را بیابید.</p> 	۹
۱/۵	<p>در شکل مقابل AD نیمساز زاویه A و $CE = CD$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و ACE را به دست آورید.</p> 	۱۰
۱/۵	<p>در مثلث قائم‌الزاویه ABC اگر $AH = 12$ در این صورت $x + y + z$ را به دست آورید.</p> 	۱۱
۱	<p>اگر $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ و $D_f = R - \{a, b\}$ می‌باشد، در این صورت مقدار $a + b + k^2$ را به دست آورید.</p>	۱۲

۱/۵	با استفاده از نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ ، نمودار تابع $g(x) = 1 - 2\sqrt{x} + 1$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بیابید.	۱۳
۱/۵	الف) با محدود کردن دامنه تابع $y = x^2 - 4x + 3$ این تابع را به تابعی یک به یک تبدیل کنید. ب) تابع خطی f مفروض است. اگر نمودار دو تابع f و f^{-1} محور x ها را در نقطه‌ای به طول <u>یک</u> قطع کنند، مقدار $f^{-1}(2)$ را بیابید.	۱۴
۱/۵	الف) نمودار تابع $f(x) = x + [x]$ را در بازه $[-1, 1]$ رسم کنید. ب) معادله زیر را حل کنید. $\left[x + \frac{1}{3}\right] + \left[x - \frac{2}{3}\right] = 3$	۱۵
۱/۵	۱۶ در شکل زیر نمودار دو تابع f و g رسم شده است. ضابطه <u>حاصل جمع</u> این دو تابع را نوشته و نمودار آن را رسم کنید.	۱۶



نام:
نام خانوادگی:
شماره صندلی:
کلاس:
ردیف:



وزارت آموزش و پرورش
سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان
اداره استعدادهای درخشان استان لرستان



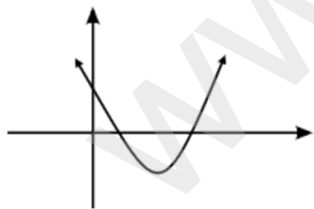
**** هر نیاز کشور، یک سمپادی آماده اثرگذاری ****

پاسخ نامه آزمون هماهنگ نوبت اول
درس: ریاضی ۲
پایه: یازدهم
رشته: تجربی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۱۲
زمان پاسخ گویی: ۱۲۰ دقیقه

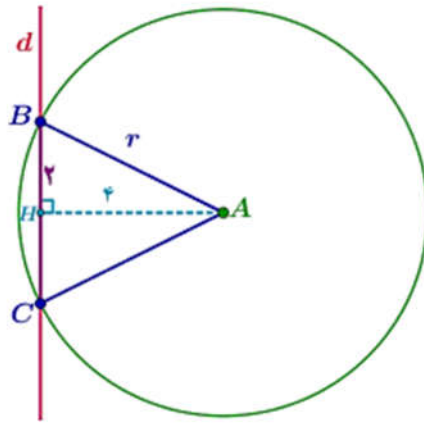
پاسخ نامه در ۵ صفحه و به تعداد ۱۶ سوال می باشد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

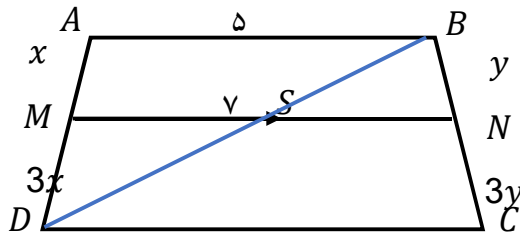
ردیف	سوالات	بار م
۱	الف) نادرست ب) نادرست ج) نادرست د) درست	۱
۲	الف) $y = 6x - 5$ ب) استنتاجی ج) $x^2 - 3x + 1 = 0$ د) سه رأس	۱
۳	<p>دو نقطه روی خط $y = 2 - x$ قرار دارند، پس می توانیم مختصات آن ها را به صورت $\begin{cases} \alpha \\ 2 - \alpha \end{cases}$ نشان دهیم.</p> <p>فاصله نقطه $A \begin{cases} \alpha \\ 2 - \alpha \end{cases}$ از خط $x - 3y - 3 = 0$ به صورت زیر است:</p> $\frac{ \alpha - 6 + 3\alpha - 3 }{\sqrt{1 + 9}} = \sqrt{10} \Rightarrow 4\alpha - 9 = 10$ <p>$\Rightarrow 4\alpha - 9 = \pm 10 \Rightarrow \alpha = \frac{19}{4}, \alpha = \frac{-1}{4}$</p> <p>پس مختصات این نقاط $\begin{cases} -1 \\ 4 \end{cases}$ و $\begin{cases} 19 \\ 4 \end{cases}$ هستند و فاصله آن ها برابر است با:</p> $\sqrt{\left(\frac{19}{4} + \frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{-11}{4} - \frac{9}{4}\right)^2} = \sqrt{25 + 25} = 5\sqrt{2}$	۱/۵
۴	<p>برای آنکه تابع $y = ax^2 + bx + c$ فقط از ناحیه سوم عبور نکند باید $a > 0, \Delta > 0$ و $S > 0$ و $P \geq 0$ باشد.</p> <p>$a > 0 \rightarrow a > 0$</p> <p>$\Delta > 0 \rightarrow b^2 - 4ac > 0 \rightarrow a^2 - 4a(2a - 1) > 0 \rightarrow a^2 - 8a^2 + 4a > 0$</p> <p>$\rightarrow -7a^2 + 4a > 0 \rightarrow a(-7a + 4) > 0 \rightarrow 0 < a < \frac{4}{7}$</p> <p>$S > 0 \rightarrow -\frac{b}{a} > 0 \rightarrow \frac{a}{a} > 0 \rightarrow 1 > 0$. برقرار است.</p> <p>$P \geq 0 \rightarrow \frac{c}{a} \geq 0 \rightarrow \frac{2a - 1}{a} \geq 0 \rightarrow 2a - 1 \geq 0 \rightarrow a \geq \frac{1}{2}$</p> <p>از اشتراک جواب های به دست آمده به جواب $\frac{1}{2} \leq a < \frac{4}{7}$ می رسیم.</p>	۱



۱	<p>۱۱ اگر α و β ریشه‌های معادله داده شده باشند $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{m}{2}$ و $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{m}{2}$ است.</p> <p>فرض: $\alpha^2 + \beta^2 = 3 \rightarrow (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3 \rightarrow \frac{m^2}{4} - m = 3 \rightarrow m^2 - 4m = 12 \rightarrow m^2 - 4m - 12 = 0$</p> <p>$\rightarrow (m - 6)(m + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} m = 6 \xrightarrow{\text{معادله}} 2x^2 - 6x + 6 = 0 \rightarrow \Delta < 0 \text{ غیر قابل قبول} \\ m = -2 \xrightarrow{\text{معادله}} 2x^2 + 2x - 2 = 0 \rightarrow \Delta > 0 \text{ قابل قبول} \end{cases}$</p>	۵
۱	<p>$\sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{2x-5} \Rightarrow (\sqrt{x+1})^2 = (1 + \sqrt{2x-5})^2 \Rightarrow x+1 = 1 + 2\sqrt{2x-5} + 2x - 5$</p> <p>$5 - x = 2\sqrt{2x-5} \Rightarrow 25 - 10x + x^2 = 8x - 20 \Rightarrow x^2 - 18x + 45 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-15) = 0$</p> <p>$x = 3, x = 15 \times$</p>	۶
۱	<p>اگر سرعت رفت v و سرعت برگشت $5 - v$ باشد، آنگاه داریم:</p> <p>$t = \frac{x}{v} \Rightarrow \begin{cases} t_{\text{رفت}} = \frac{1500}{v} \\ t_{\text{برگشت}} = \frac{1500}{v-5} \end{cases} \xrightarrow{t_{\text{برگشت}} > t_{\text{رفت}}} \frac{1500}{v-5} - \frac{1500}{v} = 50 \Rightarrow \frac{1500(v-v+5)}{v^2-5v} = 50 \Rightarrow 30(5) = v^2 - 5v$</p> <p>$\Rightarrow v^2 - 5v - 150 = 0 \Rightarrow (v-15)(v+10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} v = 15 \checkmark \\ v = -10 \text{ غرق} \end{cases}$</p> <p>بنابراین سرعت رفت برابر ۱۵ و سرعت برگشت برابر ۱۰ می‌باشد و داریم:</p> <p>$t_{\text{رفت}} = \frac{1500}{15} = 100$ $t_{\text{برگشت}} = \frac{1500}{10} = 150$ ثانیه = مجموع زمان رفت و برگشت \Rightarrow</p>	۷
۱	<p>پ) چون فاصله عمودی نقطه A از خط d برابر ۴ است و این فاصله همان ارتفاع مثلث است، اگر بخواهیم مساحت این مثلث ۸ سانتی متر مربع باشد باید قاعده آن ۴ سانتی متر باشد یعنی فاصله دو نقطه B و C روی خط d برابر ۴ باشد. در نتیجه طبق قضیه فیثاغورث داریم:</p> <p>$(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \Rightarrow r^2 = (4)^2 + (2)^2 = 16 + 4 = 20 \Rightarrow r = \sqrt{20}$</p> <p>بنابراین اگر دایره ای به شعاع $\sqrt{20}$ بزنیم و محل برخورد این دایره با خط d همان نقاط دیگر رأس های مثلث است زیرا: $AC = AB = \sqrt{20}$ این همان مثلثی است که مساحت آن ۸ می‌شود.</p> <p>$S_{ABC} = \frac{1}{2}(4)(4) = 8$</p>	۸



۱/۵

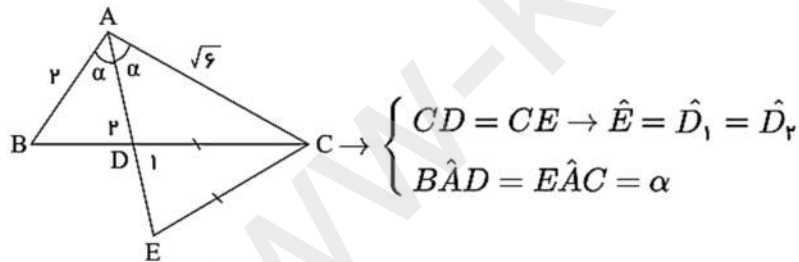


$$\frac{3x}{4x} = \frac{MS}{5} \Rightarrow MS = \frac{15}{4} \Rightarrow SN = 7 - \frac{15}{4} = \frac{13}{4}$$

$$\frac{y}{4y} = \frac{4}{DC} \Rightarrow DC = 13$$

۹

۱/۵



$$\left\{ \begin{array}{l} CD = CE \rightarrow \hat{E} = \hat{D}_1 = \hat{D}_r \\ \hat{BAD} = \hat{EAC} = \alpha \end{array} \right.$$

بنابراین دو مثلث ACE و ABD در حالت دو زاویه مساوی با هم متشابه هستند و می دانیم که نسبت مثلث ها برابر مجذور نسبت تشابه است.

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACE}} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۱۰

۱/۵

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 144 = xy (*)$$

$$\triangle ABH \text{ قضیه فیثاغورس در } x^2 + 144 = 400 \Rightarrow x^2 = 256 \Rightarrow x = 16$$

$$144 = xy \xrightarrow{x=16} y = 9$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow z^2 = y(x + y) = xy + y^2$$

$$= 144 + 81 = 225 \Rightarrow z = 15 \Rightarrow x + y + z = 16 + 9 + 15 = 40$$

۱۱

۱۲

ابتدا توجه کنید که $x = 1$ در دامنه تابع f قرار ندارد. پس $a = 1$ است.

از طرف دیگر Δ در چندجمله‌ای $x^2 + 4x - k^2$ مقداری مثبت است.

$$\Delta = 16 + 4k^2 > 0$$

پس این چندجمله‌ای دو ریشه دارد که در دامنه تابع f قرار ندارند. چون فقط دو عدد در دامنه

این تابع قرار ندارند، پس حتماً یکی ریشه‌های $x^2 + 4x - k^2$ عدد ۱ است. بنابراین:

$$1 + 4 - k^2 = 0 \Rightarrow k^2 = 5$$

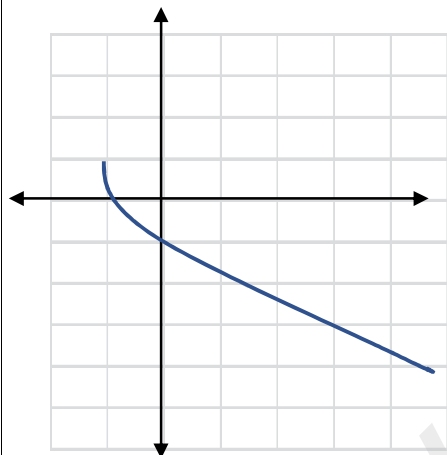
$$x^2 + 4x - k^2 = x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } -5$$

پس $b = -5$ هم در دامنه تابع f قرار ندارد. بنابراین داریم:

$$a + b + k^2 = 1 - 5 + 5 = 1$$

۱/۵

$$D = [-1, +\infty) \quad R = (-\infty, 1]$$



۱۳

۱/۵

(الف)

۱۴

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow x \leq 2 \quad \text{or} \quad x \geq 2$$

(ب) تابع خطی f را به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم و داریم:

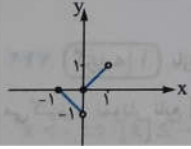
$$(1, 0) \in f \rightarrow f(1) = 0 \rightarrow a(1) + b = 0 \rightarrow a + b = 0$$

$$(1, 0) \in f^{-1} \rightarrow (0, 1) \in f \rightarrow f(0) = 1 \rightarrow a(0) + b = 1 \rightarrow b = 1$$

$$\rightarrow \begin{cases} a + b = 0 \rightarrow a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \rightarrow f(x) = -x + 1 \rightarrow y = -x + 1$$

$$\rightarrow x = -y + 1 \rightarrow f^{-1}(x) = -x + 1 \xrightarrow{x=2} f^{-1}(2) = -2 + 1 = -1$$

	توپر	توخالی
$-1 \leq x < 0 \Rightarrow x = -x$ $\Rightarrow y = x + [x] = x + (-1)$ $\Rightarrow y = -x - 1$	$\begin{matrix} -1 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 \\ -1 \end{matrix}$
$0 \leq x < 1 \Rightarrow x = x$ $\Rightarrow y = x + [x] = x + 0$ $\Rightarrow y = x$	$\begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix}$

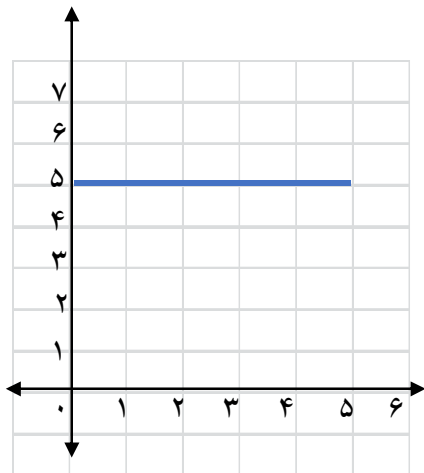


با توجه به بازه‌ها $|x|$ هم قابل تعیین است.

(الف)
(ب)

$$\begin{aligned} \left[x + \frac{1}{3} \right] + \left[x - \frac{2}{3} \right] = 3 &\Rightarrow \left[x + \frac{1}{3} \right] + \left[x + \frac{1}{3} - 1 \right] = 3 \\ \Rightarrow 2 \left[x + \frac{1}{3} \right] = 4 &\Rightarrow \left[x + \frac{1}{3} \right] = 2 \Rightarrow \\ 2 \leq x + \frac{1}{3} < 3 &\Rightarrow \frac{5}{3} \leq x < \frac{8}{3} \end{aligned}$$

$$f(x) = \begin{cases} 4 & 0 \leq x < 2 \\ -\frac{4}{3}x + \frac{20}{3} & 2 \leq x \leq 5 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 2 \\ \frac{4}{3}x - \frac{5}{3} & 2 \leq x \leq 5 \end{cases} \Rightarrow f+g=5, 0 \leq x \leq 5$$



در تصحیح نظر همکاران محترم صائب است.