

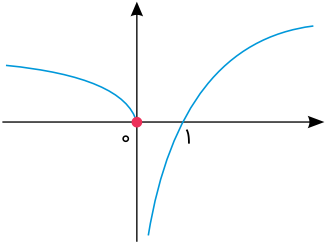
پاسخ سؤال ۱

۱
صفر

۲
اثبات:

برهان خلف: فرض می‌کنیم $a \not\leq b$ ، بنابراین $a > b$ می‌باشد و چون f روی فاصله مذکور اکیداً صعودی است، پس طبق تعریف تابع اکیداً صعودی می‌توان نوشت $f(a) > f(b)$ که این خلاف فرض صورت سوال یعنی $f(a) \leq f(b)$ باشد؛ بنابراین فرض برهان باطل است و $a \leq b$.

۳



$(0, +\infty)$

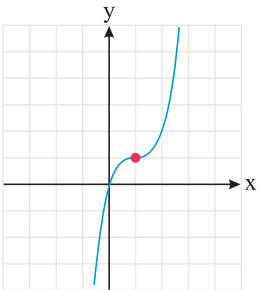
الف

$(-\infty, 0]$

ب

$$g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = (x - 1)^3 + 1$$

۴



اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)

پاسخ سؤال ۵

۵
پایین‌تر

پاسخ سؤال ۶

درست ۶

پاسخ سؤال ۷

نادرست ۷

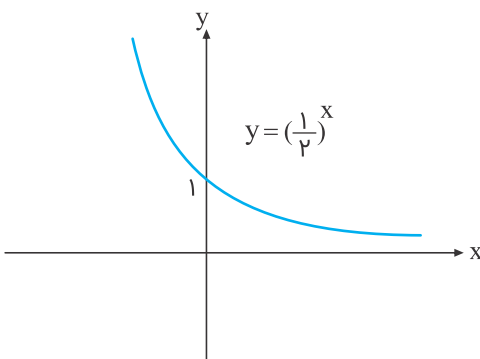
پاسخ سؤال ۸

پایین ۸

پاسخ سؤال ۹

درست ۹

تابع $y = (\frac{1}{3})^x$ اکیداً نزولی است. ۱۰



و داریم:

f اکیداً نزولی ; $f(a) \leq f(b) \Rightarrow a \geq b$

$$y = (\frac{1}{3})^x \text{ اکیداً نزولی ; } (\frac{1}{3})^{3x-2} \leq (\frac{1}{3})^6 \Rightarrow 3x-2 \geq 6 \Rightarrow 3x \geq 8 \Rightarrow x \geq \frac{8}{3}$$

$$\text{جواب} = [\frac{8}{3}, +\infty)$$

توابع $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$ و $y = \log_3 x$ در دامنه خود صعودی اکید و توابع $y = -x^3$, $y = -\sqrt{x}$ و $y = -2^x$ در دامنه خود نزولی اکید هستند.

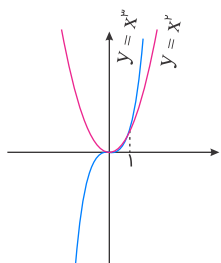
۱۱

۱۲ یکنوا

۱۳ پایین‌تر

۱۴ نادرست

۱۵ برای دقت در رسم دو تابع را باهم قطع می‌دهیم.

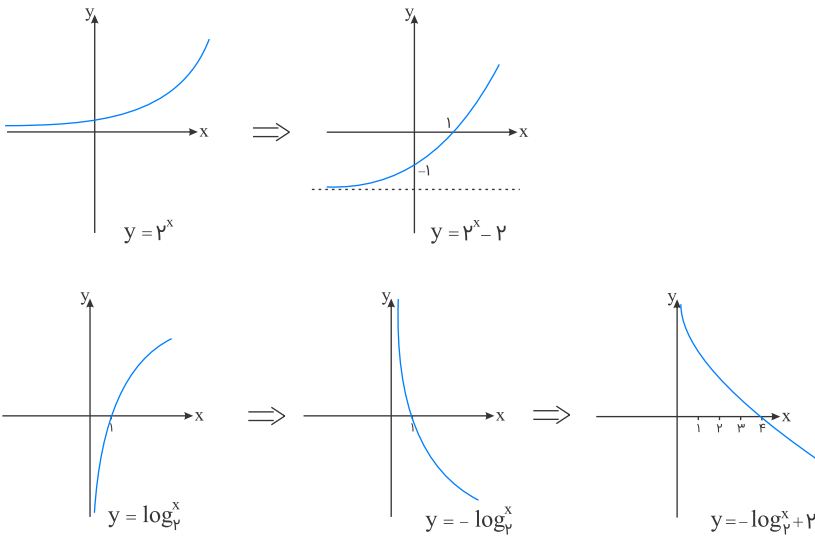


$$x^2 = x^3 \Rightarrow x^2 - x^3 = 0 \Rightarrow x^2(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

x	-۱	۰	۱	۲
y = x ^۳	-۱	۰	۱	۸

نمودار دو تابع در دو نقطه $x = ۰$ و $x = ۱$ متقاطع‌اند. نمودار دو تابع را ببینید.

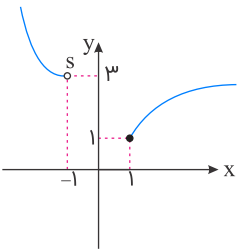
باتوجه به نمودار دو تابع در نقطه $x = ۰$ مماس بر هم و در $x = ۱$ متقاطع‌اند. در فاصله $(-∞, ۰)$ نمودار x^2 بالاتر از نمودار x^3 و در فاصله $(۰, ۱)$ نیز نمودار x^2 بالاتر از نمودار x^3 قرار دارد، در بازه $(۱, +∞)$ نمودار تابع x^3 بالاتر از x^2 قرار دارد.



تابع $y = 2^x - 2$ روی \mathbb{R} (دامنه خود) صعودی اکید و تابع $-\log_2^x + 2$ روی دامنه خود یعنی $(0, +\infty)$ نزولی اکید است.

$$y_1 = 2x^2 + 4x + 5 \quad \text{رأس سهمی } S \begin{cases} -\frac{4}{4} = -1 \\ 2 - 4 + 5 = 3 \end{cases}$$

$$y_2 = 1 + \sqrt{x}$$



باتوجه به شکل، تابع در بازه $(-\infty, -1)$ اکیداً نزولی و در بازه $[1, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

پاسخ سؤال ۱۸

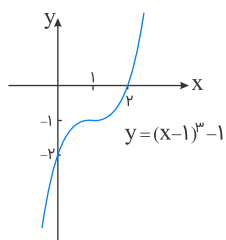
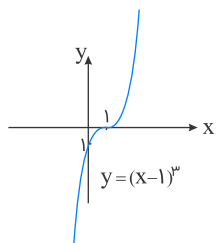
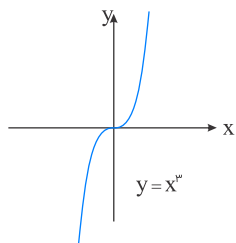
۱۸ -۱

پاسخ سؤال ۱۹

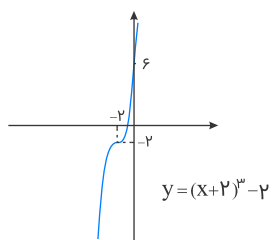
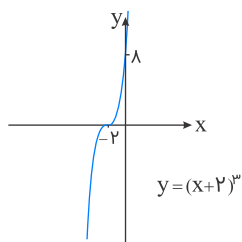
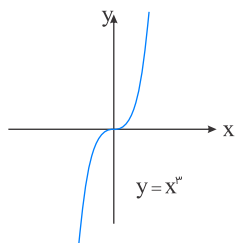
۱۹ $[0, 2]$: صعودی اکید
 $(5, +\infty)$: نزولی اکید
 $[2, 5]$: ثابت

۲۰ الف درست

نمودار تابع $y = (x - 1)^3 - 1$ را به کمک تابع x^3 رسم می‌کنیم.



دامنه و برد این تابع \mathbb{R} می‌باشد.

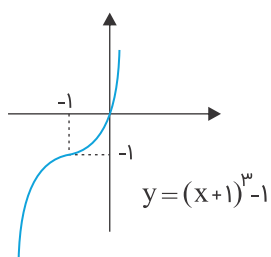
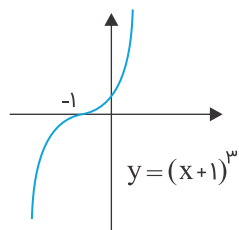
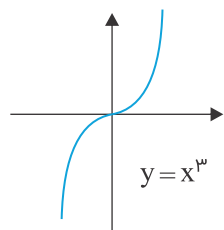


دامنه و برد این تابع نیز \mathbb{R} است.

$$x + 1 \leq 2x - 3 \Rightarrow x \geq 4$$

۲۲

الف ۲۳



ب صعودی اکید

پاسخ سؤال ۲۴

درست ۲۴

پاسخ سؤال ۲۵

درست ۲۵