



۱ چندجمله‌ای  $p(x) = x^6 - 2x^2 + 1$  بر  $x - 1$  بخش پذیر است. اگر خارج قسمت تقسیم  $p(x)$  به  $x - 1$  را  $q(x)$  بنامیم، باقی مانده تقسیم  $q(x)$  بر  $x - 1$  را بیابید.

۲ اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای  $p(x)$  بر  $x^2 - 1$  برابر صفر باشد، آیا  $p(x + 2) + p(x + 4)$  بر  $x + 3$  بخش پذیر است؟ چرا؟

۳ اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای  $p(x)$  بر  $x + 4$  برابر ۲ باشد، باقی مانده تقسیم  $p(2x)$  بر  $x + 2$  را به دست آورید.

هریک از جمله‌های زیر را با عبارت یا عدد مناسب، کامل کنید.

۴ در تقسیم چندجمله‌ای  $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 10$  بر  $x + 2$ ، باقی مانده تقسیم برابر ..... است.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۵ اگر  $n$ ، عدد طبیعی زوج و  $a$ ، عدد حقیقی باشد، آنگاه چندجمله‌ای  $x^n + a^n$  بر  $x + a$  بخش پذیر است.

۶ مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$  بر  $(x - 2)$  بخش پذیر بوده و باقی مانده تقسیم آن بر  $(x + 1)$  برابر ۳ باشد.

۷ اگر در تقسیم  $f(x) = mx^3 + (2m - 1)x - 7$  بر  $x - 2$ ، باقی مانده آن ۱۵ باشد، باقی مانده تقسیم  $p(x) = x \cdot f(x)$  بر  $x + 2$  را به دست آورید.

در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید.

۸ باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای  $P(x) = -5x^3 + 3x^2 + 1$  بر  $x + 2$  برابر ..... است.

۹ تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$  مفروض است.

الف مقادیر  $a$  و  $b$  را چنان بیابید که  $f(x)$  بر  $(x - 2)$  بخش‌پذیر بوده و باقی‌مانده تقسیم آن بر  $(x - 1)$  برابر با  $-1$  باشد.

۱۰ باقی‌مانده تقسیم عبارت‌های  $p(x) = x^3 + ax + 1$  و  $q(x) = 2x^2 - x + 1$  بر  $(x + 2)$  یکسان می‌باشد. مقدار  $a$  را بیابید.

جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید.

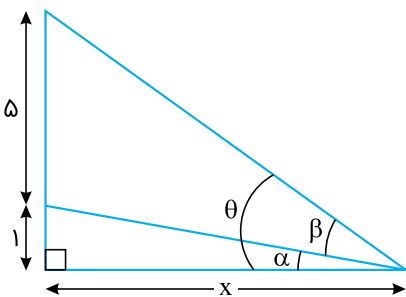
۱۱ اگر چندجمله‌ای  $5x^2 - 5x + m - 7$  بر  $x - 2$  بخش‌پذیر باشد مقدار  $m$  برابر با ..... است.

به سؤالات زیر، پاسخ دهید.

۱۲ باتوجه به محورهای کسینوس و تانژانت، اگر  $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{3}$  باشد، آنگاه مقادیر  $\cos \alpha$  و  $\tan \alpha$  را باهم مقایسه کنید.

۱۳ نشان دهید در شکل زیر رابطه بین زاویه  $\beta$  و  $x$  به صورت زیر است:

$$\tan \beta = \frac{5x}{x^2 + 6}$$



۱۴ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

الف تابع تانژانت در بازه  $(-\pi, \pi)$ ، تابعی صعودی است.

۱۵ دامنه تابع  $f(x) = \tan(2x)$  را به دست آورید.

در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید.

۱۶ دامنه تعریف تابع  $f(x) = \tan 2x$  برابر ..... است.

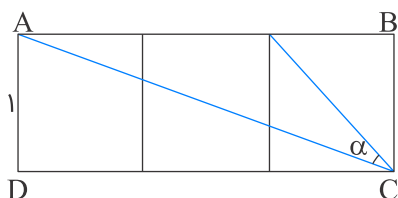
درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید.

۱۷ تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی اکید است.

۱۸ در بازه  $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$  مقدار  $\tan \alpha$  از  $\sin \alpha$  بیشتر است.

۱۹ تابع تانژانت در هر بازه که تعریف شده باشد، صعودی اکید است.

۲۰ در شکل زیر، مستطیل ABCD به سه مربع به ضلع واحد تقسیم شده است.  $\tan \alpha$  را حساب کنید.



درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

۲۱ نقاطی به فرم  $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$  و  $(k \in \mathbb{Z})$  در دامنه تابع تانژانت قرار دارند.

۲۲ باتوجه به محورهای سینوس و تانژانت، در موارد زیر مقادیر  $\sin \alpha$  و  $\tan \alpha$  را باهم مقایسه کنید.

الف

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

ب

$$\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$$

کدامیک از جملات زیر درست و کدامیک نادرست است؟

۲۳ تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.

۲۴ می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تنازنت در آن نزولی باشد.

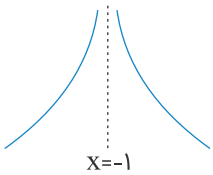
۲۵ می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تنازنت در آن غیرصعودی باشد.

۲۶ تابع تنازنت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.

۲۷ مجانب‌های قائم و افقی منحنی تابع  $f(x) = \frac{2x-1}{x^3+2x}$  را به دست آورده و سپس وضعیت نمودار تابع را در نزدیکی مجانب قائم آن نمایش دهید.

۲۸ مجانب‌های قائم و افقی نمودار تابع  $y = \frac{1+2x^2}{1-x^2}$  را در صورت وجود به دست آورید.

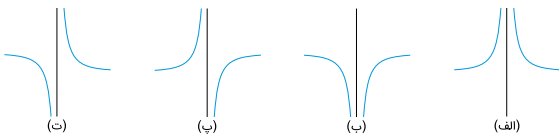
۲۹ اگر رفتار تابع  $f(x) = \frac{x+3}{x^2+bx+c}$  در اطراف نقطه  $x = -1$  به صورت شکل زیر باشد، مقادیر  $b$  و  $c$  را به دست آورید.



درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۳۰ تابع  $f(x) = \frac{[x]}{\sqrt{1-x}}$ ، مجانب قائم ندارد.

۳۱ کدام شکل وضعیت نمودار تابع  $f(x) = \frac{2[x]}{4-x}$ ، در نزدیکی مجانب قائم آن است؟ دلیل خود را بنویسید.



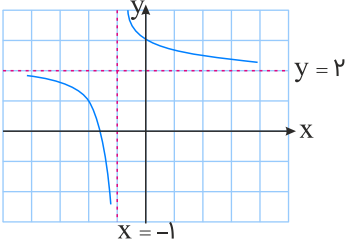
درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید.

۳۲ اگر  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$  شود،  $x = 1$  مجانب قائم  $f(x)$  است.

۳۳  $x = 0$  مجانب قائم تابع  $y = \frac{1}{x}$  است.

۳۴  $y = 2$  مجانب افقی تابع  $y = \frac{2x + \sin x}{x - \cos x}$  است.

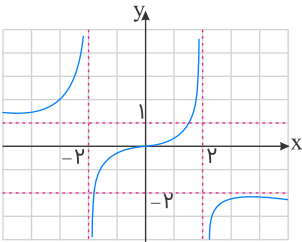
۳۵ اگر نمودار تابع  $f(x) = \frac{(a+1)x + 7}{2x + b}$  به صورت زیر باشد، آنگاه مقدار  $a + b$  را پیدا کنید.



۳۶ مجانب‌های قائم و افقی نمودار تابع  $f(x) = \frac{4x^2 + 1}{2x^2 + x}$  را در صورت وجود بیابید.

۳۷ مجانب‌های قائم و افقی نمودار تابع  $y = \frac{x}{x^2 - 4}$  را در صورت وجود به دست آورید.

۳۸ باتوجه به نمودار تابع  $f$  که در زیر آمده است، مجانب‌های افقی تابع را بنویسید.



۳۹ اگر مجانب افقی تابع  $f(x) = \frac{ax^2 + x + 1}{(a-1)x^2 - 12}$  به صورت  $y = \frac{4}{3}$  باشد، مجانب‌های قائم این تابع را محاسبه کنید.

خطوط مجانب افقی و قائم تابع  $f(x) = \frac{2x + 5}{|x| - 1}$  را معین کنید.

$$x^6 - 2x^2 + 1 = (x-1)(x^3 + x^2 - x - 1)$$

$$\Rightarrow q(x) = x^3 + x^2 - x - 1 \Rightarrow q(1) = ?$$

$$q(1) = 1 + 1 - 1 - 1 = 0$$

۱

یعنی  $q(x)$  بر  $x - 1$  بخش پذیر است.

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1, x = -1 \Rightarrow p(1) = 0, p(-1) = 0$$

$$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow p(-3 + 2) + p(-3 + 4) = p(-1) + p(1) = 0$$

۲

یعنی  $p(x + 2) + p(x + 4)$  بر  $x + 3$  بخش پذیر است.

$$x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow p(-4) = 2$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow (-2)^2 p(2 \times (-2)) = 4p(-4) = 4 \times 2 = 8$$

۳

پاسخ سؤال ۴

۴  
صفر

پاسخ سؤال ۵

۵  
نادرست

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow P(2) = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -6$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow P(-1) = 3 \Rightarrow a - b = 6$$

$$a = 1, b = -5$$

۶

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \quad r = f(2) = 15$$

$$4m + 2(2m - 1) - 7 = 15 \Rightarrow 12m = 24$$

$$\Rightarrow m = 2 : f(x) = 2x^3 + 3x - 7 \Rightarrow x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$r = p(-2) = (-2)f(-2) = -2(2(-2)^3 + 3(-2) - 7) = (-2)(-29) = 58$$

۷

پاسخ سؤال ۸

۸  
۵۳

تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$  مفروض است.

$$f(2) = 0 \Rightarrow 8 - 4a + 2b - 2 = 0 \Rightarrow 2a - b = 3$$

$$f(1) = -1 \Rightarrow 1 - a + b - 2 = -1 \Rightarrow a = b \Rightarrow a = 3, b = 3$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -2a - 7 \\ q(-2) = 11 \end{cases} \Rightarrow p(-2) = q(-2) \Rightarrow a = -9$$

پاسخ سؤال ۱۱

اگر چندجمله‌ای داده شده بر  $x - 2$  بخش پذیر باشد، آنگاه حاصل چندجمله‌ای به ازای  $x = 2$  برابر با صفر می‌شود، پس داریم:

$$x = 2 : \omega(2)^2 - \omega(2) + m - 7 = 0 \Rightarrow m = -3$$

پس مقدار  $m$  برابر با  $-3$  به دست می‌آید.

پاسخ سؤال ۱۲

$$\tan \alpha > \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} \tan \beta &= \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha} \\ &= \frac{\frac{6}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{6}{x^2}} = \frac{\frac{5}{x}}{\frac{x^2 + 6}{x^2}} = \frac{5x}{x^2 + 6} \end{aligned}$$

الف ۱۴ نادرست

$$2x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

پاسخ سؤال ۱۶

$$x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad ۱۶$$

پاسخ سؤالات ۱۷ تا ۱۹

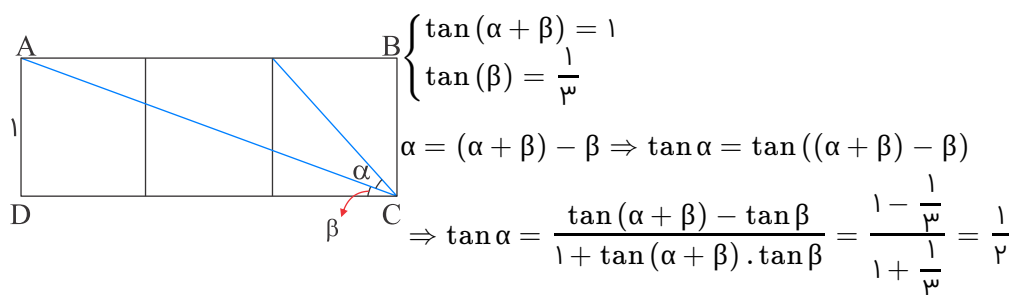
الف ۱۷ نادرست



۱۸ نادرست

۱۹ درست

۲۰



پاسخ سؤال ۲۱

۲۱ نادرست است.

۲۲ الف در ناحیه اول  $\tan \alpha$  و  $\sin \alpha$  مثبت و  $\tan \alpha > \sin \alpha$ .

ب در ناحیه چهارم  $\tan \alpha$  و  $\sin \alpha$  هر دو منفی اند و اندازه  $\tan \alpha$  از اندازه  $\sin \alpha$  بیشتر است، پس  $\sin \alpha > \tan \alpha$ . توجه داشته باشید که در همه ناحیه‌ها  $|\tan \alpha| > |\sin \alpha|$  می‌باشد.

پاسخ سؤالات ۲۳ تا ۲۶

۲۳ نادرست است. تابع تانژانت در هر تناوبش صعودی اکید است و روی دامنه خود غیریکنوا است.

۲۴ نادرست است. تابع تانژانت در هر بازه‌ای که در آن تعریف شده باشد، صعودی اکید است.

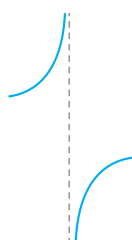
۲۵ نادرست است.

۲۶ درست است.

۲۷

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 0 \text{ مجانب قائم}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x - 1}{x^3 + 2x} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ مجانب افقی}$$



$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2 \Rightarrow y = -2 \text{ مجانب افقی}$$

$$1 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \text{ مجانب های قائم}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = -1 \Rightarrow b = 2$$

$$(-1)^2 - 2 + c = 0 \Rightarrow c = 1$$

پاسخ سؤال ۳۰

درست است.

گزینه پ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2[x]}{4-x} = \frac{6}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2[x]}{4-x} = \frac{8}{0^-} = -\infty$$

پاسخ سؤالات ۳۲ تا ۳۴

درست

درست

درست

$$2x + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2} \Rightarrow \frac{-b}{2} = -1 \Rightarrow b = 2$$

$$\frac{a+1}{2} = 2 \Rightarrow a = 3, a + b = 5$$

مجانب های قائم:

$$2x^2 + x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

مجانب های افقی:

$$y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^2 + 1}{2x^2 + x} = 2 \Rightarrow y = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ مجانب افقی}$$

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \text{ مجانب های قائم}$$

$$y = 1, \quad y = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2}{(a-1)x^2} = \frac{a}{a-1} = \frac{4}{3} \Rightarrow a = 4 \Rightarrow f(x) = \frac{4x^2 + x + 1}{3x^2 - 12}$$

$$3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2, \quad x = -2$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \frac{4 \times 4 + 2 + 1}{12^+ - 12} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \frac{4 \times 4 + 2 + 1}{12^- - 12} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) &= \frac{4 \times 4 - 2 + 1}{12^- - 12} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) &= \frac{4 \times 4 - 2 + 1}{12^+ - 12} = +\infty \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{مجانباتهای قائم f می‌باشند} \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \text{ دو خط}$$

برای به دست آوردن مجانب‌های قائم تابع باید ریشه‌های مخرج را محاسبه کنیم:

$$|x| - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \quad \text{مجانباتهای قائم}$$

برای محاسبه خطوط مجانب افقی باید حد تابع را در  $x \rightarrow \pm\infty$  محاسبه کنیم؛ پس باتوجه به قاعده پرتوان داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 5}{|x| - 1} = \frac{2x}{x} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 5}{|x| - 1} = \frac{2x}{-x} = -2 \Rightarrow y = \pm 2 \quad \text{خطوط مجانب‌های افقی}$$