

پاسخ سؤال ۱

نادرست **۱**

پاسخ سؤال ۲

$-\sqrt[4]{7}$ و $\sqrt[4]{7}$ **۲**

۳

$$\sqrt[3]{a} > \sqrt{a} \Rightarrow 0 < a < 1$$

پاسخ سؤالات ۴ تا ۱۸

$$\sqrt{16} = 4$$

۴

$$\sqrt{20} \Rightarrow \text{بین } 4 \text{ و } 5$$

۵

$$-\sqrt{35} \Rightarrow \text{بین } -5 \text{ و } -6$$

۶

$$\sqrt{75} \Rightarrow \text{بین } 8 \text{ و } 9$$

۷

$$\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$$

۸

$$\sqrt[3]{20} \Rightarrow \text{بین } 2 \text{ و } 3$$

۹

$$\sqrt[3]{-90} \Rightarrow \text{بین } -4 \text{ و } -5$$

۱۰

$$\sqrt[3]{250} \Rightarrow 7 \text{ و } 6 \text{ بین}$$

$$\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$

$$-\sqrt[4]{20} \Rightarrow -3 \text{ و } -2 \text{ بین}$$

$$-\sqrt[4]{120} \Rightarrow -4 \text{ و } -3 \text{ بین}$$

$$\sqrt[4]{400} \Rightarrow 5 \text{ و } 4 \text{ بین}$$

$$\sqrt[5]{1} = 1$$

$$\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2$$

$$\sqrt[5]{400} \Rightarrow 4 \text{ و } 3 \text{ بین}$$

۱۱
۱۲
۱۳
۱۴
۱۵
۱۶
۱۷
۱۸
۱۹ هر عدد مثبت یا منفی دارای یک ریشه پنجم است. اگر عدد مثبت باشد، ریشه پنجم آن مثبت و اگر عدد منفی باشد، ریشه پنجم آن منفی است.

۲۰ حجم مکعب به ضلع a از رابطه $V = a^3$ به دست می‌آید. بنابراین اگر اندازه حجم یک مکعب را با V و ضلع آن را با a نشان دهیم، رابطه $V = \sqrt[3]{a}$ برقرار است. باتوجه به اینکه حجم مکعب بزرگ برابر ۶۴ و حجم مکعب کوچک برابر ۲۷ است، داریم:

$$\text{ضلع مکعب بزرگ} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$$

$$\text{ضلع مکعب کوچک} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

بنابراین ضلع مکعب میانی می‌تواند اعدادی بین ۳ و ۴ باشد (مانند $3/1$, $3/2$, $3/27$, ...).

پاسخ سؤالات ۲۱ تا ۲۳

۲۱ ۲

۲۲ ۲ و -۲

۲۳ ۳

۲۴ نادرست

پاسخ سؤالات ۲۵ تا ۲۶

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$$

۲۵

۲۶ در صورتی که n زوج باشد و a و b هر دو مثبت باشند این تساوی همواره برقرار است.

پاسخ سؤالات ۲۷ تا ۲۸

$$a^2 > a^3$$

۲۷

$$\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$$

۲۸

پاسخ سؤالات ۲۹ تا ۳۰

$$(0/5)^2 > (0/5)^3$$

۲۹

$$\sqrt{0/25} = \sqrt[3]{0/125}$$

۳۰

۳۱ $(\sqrt[3]{2})^5$ و $\sqrt[3]{2^5}$ با یکدیگر برابر هستند، اما $(\sqrt{-2})^4$ تعریف نشده بوده و نمی‌تواند با $\sqrt[4]{(-2)^4} = 2$ برابر باشد.

پاسخ سؤالات ۳۲ تا ۳۷

$$\sqrt[4]{(-3)^4} = -3 \text{ نادرست}$$

۳۲

$$\sqrt[5]{3^5} = 3 \text{ درست}$$

۳۳

$$\sqrt[6]{(-2)^6} = -2 \text{ نادرست}$$

۳۴

$$\sqrt[4]{(-3)^4} = 3 \text{ درست}$$

۳۵

$$\sqrt[5]{3^5} = -3 \text{ نادرست}$$

۳۶

$$\sqrt[6]{(-2)^6} = 2 \text{ درست}$$

۳۷

پاسخ سوالات ۳۸ تا ۴۹

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

۳۸

$$\sqrt[5]{-32} = -2$$

۳۹

$$\sqrt[4]{128} = 2$$

۴۰

$$\sqrt[4]{256} = 2$$

۴۱

$$\sqrt[3]{-1} = -1$$

۴۲

$$\sqrt[4]{625} = 5$$

۴۳

$$-\sqrt[4]{16} = -2$$

۴۴

$$\sqrt[5]{\frac{-1}{32}} = -\frac{1}{2}$$

۴۵

$$\sqrt[4]{-128} = -2$$

۴۶

$$\sqrt[3]{-0.001} = -0.1$$

۴۷

$$-\sqrt{1} = -1$$

۴۸

$$\sqrt[6]{0} = 0$$

پاسخ سؤالات ٥٠ تا ٥٣

$$(0/35)^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{0/35}$$

٥٠

$$\sqrt[11]{4/2} = (4/2)^{\frac{1}{11}}$$

٥١

$$\sqrt[7]{\left(\frac{1}{6}\right)^3} = \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{3}{7}} = 6^{-\frac{3}{7}}$$

٥٢

$$\left(2\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(2\frac{1}{3}\right)^1}} = \sqrt[2]{\left(\frac{1}{2\frac{1}{3}}\right)^1} \quad \text{یا} \quad \left(2\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^1}$$

٥٣

پاسخ سؤالات ٥٤ تا ٥٥

$$\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}}}\right)^{-6} = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^1} = a$$

٥٤

روش دوم:

$$\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}}}\right)^{-6} = (a^{-\frac{1}{2} - (-\frac{1}{6})})^{-6} = (a^{-\frac{1}{3}})^{-6} = a$$

٥٥

$$(3)^{\frac{1}{2}} \times (12)^{\frac{1}{2}} \times (0/7)^0 = (3 \times 12)^{\frac{1}{2}} \times 1 = (36)^{\frac{1}{2}} = 6$$

پاسخ سؤالات ٥٦ تا ٦٤

$$2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$$

٥٦

$$3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

٥٧

$$4^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{2^2} = \sqrt{2}$$

٥٨

$$5^{\frac{1}{7}} = \sqrt[7]{5}$$

۵۹

$$5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$

۶۰

$(-3)^{\frac{1}{8}}$ ⇒ تعریف نشده

۶۱

$$6^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{6}$$

۶۲

$$81^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81}$$

۶۳

$(-5)^{\frac{1}{4}}$ ⇒ تعریف نشده

۶۴

پاسخ سؤالات ۶۵ تا ۶۷

$$\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[6]{5}$$

۶۵

$$\sqrt{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

۶۶

$$\sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$$

۶۷

$$(3^4)^{\frac{1}{2}} = 3^2$$

۶۸
الف

پاسخ سؤالات ۶۹ تا ۷۹

$$(4^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}} = 4^{\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}} = 4^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{4}$$

۶۹

$$5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$

۷۰

$$16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4$$

۷۱

$$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{4^1} = \sqrt[2]{16}$$

٧٢

$$3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

٧٣

$$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{a^1}$$

٧٤

$$17^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

٧٥

$$32^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{32^1} = \sqrt[5]{32^1} \times \sqrt[5]{32^1} = \sqrt[5]{2^5} \times \sqrt[5]{2^5} = 2 \times 2 = 4$$

٧٦

$$32^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{32^{\frac{1}{5}}} = \frac{1}{\sqrt[5]{32^1}} = \sqrt[5]{\frac{1}{32^1}} = \frac{1}{2}$$

٧٧

$$4^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{4^3} = \sqrt[2]{64}$$

٧٨

$$3^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 3^1 = \sqrt[2]{3^2} = 3$$

٧٩

پاسخ سوالات ٨٠ تا ٨١

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{\sqrt{x}+1+2\sqrt{x}-2+3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{3\sqrt{x}+2}{x-1}$$

٨٠

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2-1} = \frac{(x+1) + (x-1) - 1}{(x^2-1)}$$

$$= \frac{2x-1}{x^2-1}$$

٨١

$$\frac{5\sqrt{5}}{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{2^2} - \sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{2^2} - \sqrt[3]{6}} = \frac{5\sqrt{5}(\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{2^2} - \sqrt[3]{6})}{(3+2)} = \sqrt{5}(\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{2^2} - \sqrt[3]{6})$$

٨٢

$$64x^6 - y^6 = (2x)^6 - y^6 = ((2x)^3 - y^3)((2x)^3 + y^3)$$

$$= (2x - y)(4x^3 + 2xy + y^3)(2x + y)(4x^3 - 2xy + y^3)$$

٨٣
الف

$$\begin{aligned} 3x^r - x^r - 3x + 1 &= 3x^r - 3x - x^r + 1 = 3x(x^r - 1) - (x^r - 1) \\ &= (x^r - 1)(3x - 1) = (x - 1)(x + 1)(3x - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x + \omega} + \sqrt{x - 1\omega} &= \omega, \quad \sqrt{x + \omega} - \sqrt{x - 1\omega} = A \\ \Rightarrow (\sqrt{x + \omega} + \sqrt{x - 1\omega})(\sqrt{x + \omega} - \sqrt{x - 1\omega}) &= \omega A \\ \Rightarrow (x + \omega) - (x - 1\omega) &= \omega A \Rightarrow 1\omega = \omega A \Rightarrow A = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{x + \omega} + \sqrt{x + 1})(\sqrt{x + \omega} - \sqrt{x + 1}) &= 2(\sqrt{x + \omega} + \sqrt{x + 1}) \\ \Rightarrow x + \omega - x - 1 &= 2(\sqrt{x + \omega} + \sqrt{x + 1}) \Rightarrow \sqrt{x + \omega} + \sqrt{x + 1} = 2 \end{aligned}$$

پاسخ سوالات ۸۶ تا ۸۹

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}} \times \frac{(\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{xy} + (\sqrt[3]{y})^2}{(\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{xy} + (\sqrt[3]{y})^2} = \frac{\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[3]{xy^2} + \sqrt[3]{y^3}}{x - y}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x} - 2} = \frac{1}{\sqrt[3]{x} - 2} \times \frac{(\sqrt[3]{x})^2 + 2\sqrt[3]{x} + 4}{(\sqrt[3]{x})^2 + 2\sqrt[3]{x} + 4} = \frac{\sqrt[3]{x^3} + 2\sqrt[3]{x^2} + 4}{x - 8}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}} \times \frac{(\sqrt[3]{x})^2 - \sqrt[3]{xy} + (\sqrt[3]{y})^2}{(\sqrt[3]{x})^2 - \sqrt[3]{xy} + (\sqrt[3]{y})^2} = \frac{\sqrt[3]{x^3} - \sqrt[3]{xy^2} + \sqrt[3]{y^3}}{x + y}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{2}{\sqrt{x} + 1} - \frac{\omega x}{x - 1} = \frac{\sqrt{x} + 1 + 2\sqrt{x} - 2 - \omega x}{x - 1} = \frac{3\sqrt{x} - \omega x - 1}{x - 1}$$

پاسخ سوالات ۹۰ تا ۹۴

$$\frac{x^f + 1}{x^f + 2x^f + 1} = \frac{(x^f + 1)(x^f - x^f + 1)}{(x^f + 1)^2} = \frac{x^f - x^f + 1}{x^f + 1}$$

$$\frac{x^r - 1}{(x - 1)^r} = \frac{(x - 1)(x^r + x + 1)}{(x - 1)^r} = \frac{x^r + x + 1}{(x - 1)^{r-1}}$$

$$\frac{x^r + 1}{x^r - 1} = \frac{x^r + 1}{(x^r - 1)(x^r + 1)} = \frac{1}{x^r - 1}$$

$$\begin{aligned} \frac{y^r - y}{y^r + y^r + y} &= \frac{y(y^r - 1)}{y(y^r + y + 1)} = \frac{y(y^r - 1)(y^r + 1)}{y(y^r + y + 1)} \\ &= \frac{y(y - 1)(y^r + y + 1)(y + 1)(y^r - y + 1)}{y(y^r + y + 1)} = (y - 1)(y + 1)(y^r - y + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{y^\delta - y^\epsilon - \lambda y}{\lambda y^r + \lambda y} &= \frac{y(y^r - y^r - \lambda)}{\lambda y(y + r)} = \frac{y(y^r - r)(y^r + r)}{\lambda y(y + r)} \\ &= \frac{y(y - r)(y + r)(y^r + r)}{\lambda y(y + r)} = \frac{(y - r)(y^r + r)}{\lambda} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt[r]{x^r} - 1} + \frac{1}{x - 1} &= \frac{((\sqrt[r]{x^r})^r + \sqrt[r]{x^r} + 1)}{(\sqrt[r]{x^r} - 1)((\sqrt[r]{x^r})^r + \sqrt[r]{x^r} + 1)} + \frac{1}{x - 1} = \frac{((\sqrt[r]{x^r})^r + \sqrt[r]{x^r} + 1)}{(x^r - 1)} + \frac{1}{x - 1} \\ &= \frac{((\sqrt[r]{x^r})^r + \sqrt[r]{x^r} + 1)}{(x^r - 1)} + \frac{(x + 1)}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{((\sqrt[r]{x^r})^r + \sqrt[r]{x^r} + 1) + (x + 1)}{(x^r - 1)} = \frac{\sqrt[r]{x^r} + \sqrt[r]{x^r} + x + r}{(x^r - 1)} \end{aligned}$$