

۱ جاهای خالی را پر کنید.

$$[x] = -5 \Rightarrow \dots \leq x < \dots$$

۲ اگر $f = \{(-1, 1), (1, 2), (2, 3), (4, 5)\}$ و $g = \{(-1, 0), (1, 2), (2, 4), (5, 3)\}$ دو تابع باشند:

الف مقدار $(3f - g)(-1)$ را حساب کنید.

۳ اگر $f(x) = [x + 2]$ باشد، در این صورت حاصل $f(1 - \sqrt{2})$ چقدر است؟

۴ اگر $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$ باشد $f\left(\frac{-4}{x}\right)$ را به دست آورید و درستی تساوی $f(x) \times f\left(\frac{-4}{x}\right) = -1$ را بررسی نمایید. $(x \neq \pm 2, 0)$

۵ دو تابع $f(x) = x^2 - 9$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ مفروض اند.

الف حاصل $(f + g)(1)$ را به دست آورید.

۶ اگر $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ و $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{[2x-1]}$ باشد، دامنه توابع $f - g$ و $\frac{f}{g}$ را تعیین کنید.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۷ دو تابع $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x^2 - x}$ باهم برابرند.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۸ تابع $f(x) = x^2 - 4x$ یک تابع یک به یک نیست.

۹ اگر $f = \{(7, 1), (6, 2), (3, 0)\}$, $g = \{(7, 4), (3, 3), (1, 2)\}$ دو تابع باشند توابع $f \times g$, $f - g$ را به صورت زوج مرتب بنویسید.

۱۰ دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{[x]}$ را بیابید.

۱۱ اگر $f = \{(-3, 2), (-1, 4), (1, 9), (3, 10)\}$ و $g(x) = \frac{x+4}{x^2-9}$ مفروض باشند، تابع $f \cdot g + 4$ را بیابید.

درستی یا نادرستی عبارات زیر مشخص کنید.

۱۲ برای هر عدد حقیقی k ، داریم: $[x+k] = [x] + k$ [نشان دهنده جزء صحیح x است].

۱۳ دو تابع $f(x) = \sqrt{x^2}$ و $g(x) = x$ باهم برابرند.

۱۴ نمودار تابع $f(x) = x - [x]$ را در بازه $[-1, 2]$ رسم کنید.

۱۵ کدامیک از معادلات زیر y را به صورت تابعی از x مشخص می کند؟

$$y^2 = 1$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 1 = 0$$

درستی یا نادرستی هریک از عبارتهای زیر را تعیین کنید.

۱۶ دو تابع $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}$ و $g(x) = 1$ با هم برابرند.

۱۷ نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که وارون‌پذیر نباشد و برای هر عدد حقیقی x ، $f(x) + x > 0$.

۱۸ به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف نشان دهید تابع $f(x) = \frac{-7x + 3}{5}$ وارون‌پذیر است.

ضابطه تابع وارون تابع $f(x)$ را به دست آورید.

۱۹ نمودار تابع $f(x) = \left[\frac{1}{x}\right]$ را در بازه $[-۴, ۴]$ رسم کنید.

۲۰ اگر $f = \{(۰, ۱), (۱, ۲), (۳, ۴)\}$ و $g = \{(-۲, ۱), (۰, ۰), (۱, ۵), (۳, ۳)\}$ دو تابع باشند:

الف $(f + g)(۱)$ را به دست آورید.

ب تابع $\frac{f}{g}$ را به صورت زوج‌های مرتب مشخص کنید.

حاصل را به دست آورید.

۲۱ $[۳/۷] =$

۲۲ $[-۰/۷] =$

۲۳ دو تابع $f(x) = \sqrt{x} + ۲$ و $g(x) = \frac{1}{x-۴}$ را در نظر بگیرید.

الف دامنهٔ تابع $\frac{f}{g}$ را به دست آورید.

در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

۲۴ برای هر دو تابع، اگر دامنه‌ها باهم برابر و بردها نیز با یکدیگر برابر باشند، دو تابع برابر (هستند، نیستند)

۲۵ نمودار توابع زیر را رسم کنید و برد هر یک را تعیین کنید.

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$$f: \mathbb{R}^- \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{-1}{x}$$

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۲۶ هر تابع درجهٔ دوم، یک‌به‌یک است.

کدام عبارت درست و کدام نادرست است؟

۲۷ دو تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & ; x \geq 0 \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$ و $g(x) = \frac{|x|}{x}$ باهم برابرند.

۲۸ برای هر عدد حقیقی x ، جزء صحیح آن، بزرگ‌ترین عدد صحیحی است که از x بیشتر نباشد.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۲۹ دو تابع $f(x) = x$ و $g(x) = \sqrt{x^2}$ باهم برابرند.

۳۰ اگر $f\left(\frac{2}{1-x}\right) = 4x + 2$ باشد، $f^{-1}(3)$ را بیابید.

۳۱ اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x) = \frac{x+2}{x-1}$ دو تابع باشند:

۳۲ اگر $f = \{(1, 4), (2, 1), (-1, 2), (0, 5)\}$ و $g = \{(2, -2), (0, 2), (5, 3)\}$ باشند، آنگاه حاصل $f \times g$ و $\frac{2f}{g}$ را بیابید.

۳۳ دامنه توابع زیر را تعیین کنید.

$$f(x) = \frac{x + 3}{x^2 - 13x^2 + 36}$$

الف

$$f(x) = \sqrt{[x] - 2} + \frac{x}{[x] - 2}$$

ب

$$f(x) = \sqrt{x + |x + 2|}$$

پ



$$[x] = -5 \Rightarrow -5 \leq x < -4$$

۱

$$(3f - g)(-1) = 3f(-1) - g(-1) = 3 - 0 = 3$$

۲
الف

$$f(x) = [x + 2] \Rightarrow f(1 - \sqrt{2}) = [1 - \sqrt{2}] + 2 = 1$$

۳

$$f\left(\frac{-4}{x}\right) = \frac{\frac{-4}{x} - 2}{\frac{-4}{x} + 2} = \frac{-4 - 2x}{-4 + 2x} = \frac{2+x}{2-x} \Rightarrow f(x) \times f\left(\frac{-4}{x}\right) = \frac{x-2}{x+2} \times \frac{2+x}{2-x} = -1$$

۴

$$(f + g)(1) = f(1) + g(1) = -8 + 1 = -7$$

۵
الف

۶ می‌دانیم $D_{f-g} = D_f \cap D_g$ و $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$ پس ابتدا دامنهٔ توابع f و g را مشخص می‌کنیم:

$$f(x) = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow 1-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_f = [-1, 1]$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{x}}{[2x-1]}, \quad x \geq 0, \quad [2x-1] \neq 0$$

$$[2x-1] = 0 \Rightarrow 0 \leq 2x-1 < 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x < 1$$

$$\Rightarrow D_g = [0, +\infty) - \left[\frac{1}{2}, 1\right)$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \left[0, \frac{1}{2}\right) \cup \{1\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = \left(\left[0, \frac{1}{2}\right) \cup \{1\}\right) - \{0\} = \left(0, \frac{1}{2}\right) \cup \{1\}$$

پاسخ سؤال ۷

نادرست

۷

پاسخ سؤال ۸

درست

۸

$$f - g = \{(V), -۳), (۳, -۳)\}$$

$$f \times g = \{(V, F), (۳, ۰)\}$$

$$1 - x^۲ \geq ۰ \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

$[x] = ۰ \Rightarrow ۰ \leq x < 1$ ریشه های مخرج ۱

$$D = [-1, 1] - [۰, 1) = [-1, ۰) \cup \{1\}$$

$$f = \{(-۳, ۲), (-1, ۴), (1, ۹), (۳, ۱۰)\} \Rightarrow D_f = \{-۳, -1, 1, ۳\}$$

$$g(x) = \frac{x + ۴}{x^۲ - ۹} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{۳, -۳\} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{-1, 1\}$$

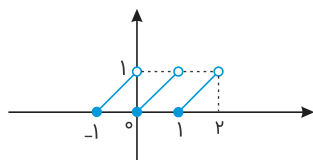
$$\Rightarrow g(-1) = \frac{۳}{-۸}, g(1) = \frac{۵}{-۸}$$

$$f \cdot g + ۴ = \{(-1, ۴(-\frac{۳}{۸}) + ۴), (1, ۹ \times (-\frac{۵}{۸}) + ۴)\} = \{(-1, \frac{۵}{۲}), (1, -\frac{۱۳}{۸})\}$$

پاسخ سؤالات ۱۲ تا ۱۳

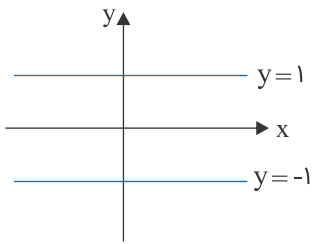
۱۲ نادرست

۱۳ نادرست



$$-1 \leq x < 2 \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 : y = x + 1 \Rightarrow \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix} \\ 0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 : y = x \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} \\ 1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 : y = x - 1 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix} \end{cases}$$

$$y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$$



برای هر x دو مقدار یافت می‌شود، پس این معادله، تابع نیست.

$$x^2 + y^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + y^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

این معادله، شامل مجموع دو عبارت نامنفی است که برابر صفر شده است. پس هر دو عبارت برابر صفر هستند و معادله نمایانگر نقطه $(1, 0)$ است که یک تابع است.

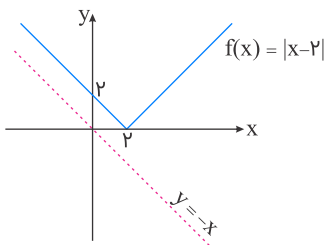
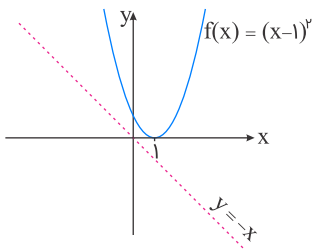
پاسخ سؤال ۱۶

درست

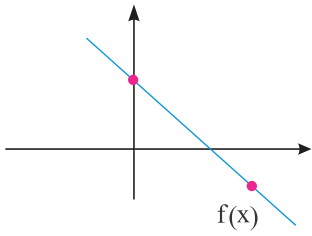
۱۶

$$f(x) + x > 0 \Rightarrow f(x) > -x$$

باید نمودار $y = f(x)$ از خط $y = -x$ بالاتر باشد و یک‌به‌یک نباشد:
مثلاً $f(x) = (x-1)^2$ یا $f(x) = |x-2|$.

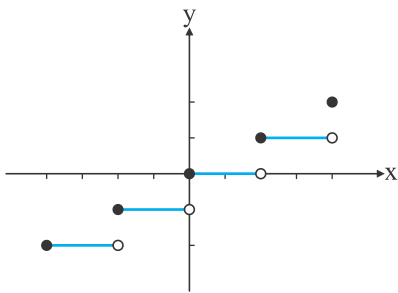


اگر خطوطی موازی محور x ها رسم نمایید، نمودار تابع f را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند. پس f یک‌به‌یک و در نتیجه وارون‌پذیر است.



$$y = \frac{-\gamma x + \varpi}{\delta} \Rightarrow \delta y = -\gamma x + \varpi \Rightarrow \gamma x = -\delta y + \varpi$$

$$x = \frac{-\delta y + \varpi}{\gamma} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-\delta x + \varpi}{\gamma}$$



$$f(x) = \left[\frac{1}{\gamma} x \right]; x \in [-\mathcal{F}, \mathcal{F}]; -\mathcal{F} \leq x \leq \mathcal{F} \xrightarrow{\times \frac{1}{\gamma}} -\gamma \leq \frac{1}{\gamma} x \leq \gamma$$

$$-\gamma \leq \frac{1}{\gamma} x < -1 \Rightarrow \left[\frac{1}{\gamma} x \right] = -1 \Rightarrow y = -1; -\mathcal{F} \leq x < -\gamma$$

$$-1 \leq \frac{1}{\gamma} x < 0 \Rightarrow \left[\frac{1}{\gamma} x \right] = 0 \Rightarrow y = 0; -\gamma \leq x < 0$$

$$0 \leq \frac{1}{\gamma} x < 1 \Rightarrow \left[\frac{1}{\gamma} x \right] = 0 \Rightarrow y = 0; 0 \leq x < \gamma$$

$$1 \leq \frac{1}{\gamma} x < \gamma \Rightarrow \left[\frac{1}{\gamma} x \right] = 1 \Rightarrow y = 1; \gamma \leq x < \mathcal{F}$$

$$\frac{1}{\gamma} x = \gamma \Rightarrow \left[\frac{1}{\gamma} x \right] = \gamma \Rightarrow y = \gamma; x = \mathcal{F}$$

$$(f + g)(1) = f(1) + g(1) = \gamma + \delta = \gamma$$

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(1, \frac{\gamma}{\delta} \right), \left(\mathcal{F}, \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{F}} \right) \right\}$$

پاسخ سؤالات ٢١ تا ٢٢

$$\left[\frac{\mathcal{F}}{\gamma} \right] = \mathcal{F}$$

$$\left[-\frac{0}{\gamma} \right] = -1$$

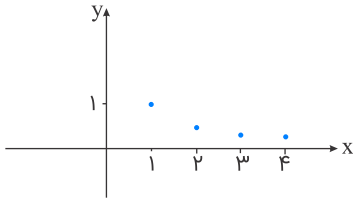
$$D_f = [0, +\infty) \quad , \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = [0, +\infty) - \{4\} = [0, 4) \cup (4, +\infty)$$

پاسخ سؤال ۲۴

نیستند ۲۴

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$$

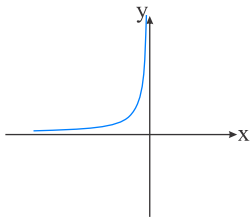
$$f(x) = \frac{1}{x}$$



$$R_f = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots \right\}$$

$$f : \mathbb{R}^- \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = -\frac{1}{x}$$



$$R_f = (0, +\infty)$$

ب

پاسخ سؤال ۲۶

نادرست ۲۶

پاسخ سؤالات ۲۷ تا ۲۸

نادرست. تابع g در $x = 0$ تعریف نمی‌شود، پس $D_f \neq D_g$. ۲۷

پاسخ سؤال ۲۹

نادرست

۲۹

۳۰

$$f^{-1}(۳) = a \Rightarrow f(a) = ۳ \Rightarrow ۴x + ۲ = ۳ \Rightarrow x = \frac{1}{۴}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{۲}{1 - \frac{1}{۴}}\right) = ۳ \Rightarrow f\left(\frac{\wedge}{۳}\right) = ۳ \Rightarrow f^{-1}(۳) = \frac{\wedge}{۳}$$

$$(g - f)(۲) = g(۲) - f(۲) = ۴ - \frac{1}{۲} = \frac{۷}{۲}$$

الف ۳۱

۳۲

$$D_f \cap D_g \Rightarrow \{۲, ۰\}$$

$$f \times g = \{(۲, -۲), (۰, ۱۰)\}, \quad \frac{۲f}{g} = \{(۲, -۱), (۰, ۵)\}$$

الف ۳۳

دامنه تابع گویا (کسری) مجموعه اعداد حقیقی است به جز ریشه‌های مخرج.

$$f(x) = \frac{x + ۳}{(x^۲ - ۴)(x^۲ - ۹)}, \quad \begin{aligned} x^۲ - ۴ = ۰ &\Rightarrow x = \pm ۲ \\ x^۲ - ۹ = ۰ &\Rightarrow x = \pm ۳ \end{aligned} \quad D_f = \mathbb{R} - \{\pm ۲, \pm ۳\}$$

$$[x] - ۲ \geq ۰ \Rightarrow [x] \geq ۲ \Rightarrow x \geq ۲$$

$$[x] - ۲ \neq ۰ \Rightarrow [x] \neq ۲ \Rightarrow x \notin [۲, ۳)$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f = [۳, +\infty)$$

ب

عبارت زیر رادیکال باید نامنفی باشد:

پ

$$x + |x + ۲| \geq ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq -۲ \Rightarrow x + x + ۲ \geq ۰ \Rightarrow x \geq -۱ \\ x < -۲ \Rightarrow x - x - ۲ \geq ۰ \Rightarrow -۲ \geq ۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک با } x \geq -۲} x \geq -۱ \Rightarrow D_f = [-۱, +\infty)$$

غیرممکن