

باسمه تعالی

سوال‌های امتحان درس ریاضی ۳	پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	۱۲ سوال در ۲ صفحه
نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱	زمان امتحان: ۱۴۰/۱/۱۰ ساعت ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
نام و نام خانوادگی:	دبیر:	آموزشگاه:	
«جویای دانش، جویای رحمت است.» پیامبر اکرم (ص)			
ردیف	سوالات (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد).		
بارم			
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می شود.</p> <p>ب) تابع <math>f(x) = \sqrt[3]{x}</math> تابعی اکیداً صعودی است.</p> <p>پ) دامنه تابع <math>y = f(kx)</math> با دامنه تابع <math>y = f(x)</math> برابر است.</p> <p>ت) برای دو تابع <math>f</math> و <math>g</math> که <math>f \neq g</math>، تساوی <math>f \circ g(x) = g \circ f(x)</math> هیچ وقت برقرار نیست.</p> <p>ث) در تابع <math>y = kf(x)</math>، اگر <math>0 &lt; k &lt; 1</math> باشد، نمودار <math>f(x)</math> به طور عمودی منبسط می شود.</p> <p>ج) دوره تناوب تابع <math>f(x) = \tan x</math> برابر <math>\pi</math> است.</p> <p>چ) می توان بازه ای یافت که تابع <math>f(x) = \tan x</math> در آن نزولی باشد.</p> <p>ح) اگر <math>\alpha</math> زاویه ای در ربع چهارم باشد، آنگاه <math>\sin \alpha &gt; \tan \alpha</math> می باشد.</p>		
۲	<p>گزینه درست را انتخاب کنید.</p> <p>الف) در بازه <math>(0, 1)</math> نمودار تابع <math>f(x) = x^2</math> ..... از نمودار تابع <math>f(x) = x^3</math> قرار می گیرد. (بالتر / پایین تر)</p> <p>ب) تابع <math>y = -\log_2 x</math>، تابعی ..... است. (اکیداً صعودی / اکیداً نزولی / نه صعودی و نه نزولی)</p>		
۳	<p>در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) بزرگترین بازه ای که تابع <math>f(x) = -x^2 + 4x</math> در آن اکیداً صعودی باشد، بازه ..... است.</p> <p>ب) تابع <math>h(x) = \sqrt[3]{x^2 + 1}</math> ترکیب دو تابع <math>f(x) = \sqrt[3]{x}</math> و تابع <math>g(x) = \dots</math> است.</p> <p>پ) نقطه <math>A(2, -3)</math> روی نمودار <math>f</math> مفروض است. نقطه متناظر با آن روی نمودار <math>y = -2f(\frac{1}{2}x) + 1</math> برابر نقطه ..... است.</p> <p>ت) تابع وارون <math>f(x) = \frac{x}{2} - 3</math> برابر <math>f^{-1}(x) = \dots</math> است.</p> <p>ث) باقیمانده تقسیم چندجمله ای <math>x^3 + x + 4</math> بر <math>x + 1</math> برابر ..... است.</p>		
۴	<p>ابتدا نمودار توابع زیر را رسم کنید و سپس وضعیت یکنوایی آن ها را مشخص کنید.</p> <p>الف) <math>f(x) = x -  x </math></p> <p>ب) <math>g(x) = -(x + 2)^3</math></p>		
۵	<p>تابع <math>f(x) = \sqrt{x - 1}</math> و تابع <math>g(x) = \frac{x+1}{x-2}</math> را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) دامنه تابع <math>g \circ f</math> را تعیین نمایید.</p> <p>ب) مقدار <math>f \circ g(3)</math> را محاسبه کنید.</p>		
۶	<p>تابع <math>f(x) = \frac{1}{2}x - 3</math> و تابع <math>g(x) = x^3</math> را در نظر بگیرید، مقدار <math>(f \circ g)^{-1}(1)</math> را بدست آورید.</p>		
۷	<p>دوره تناوب و مقدار ماکزیمم تابع <math>y = 2 - 3 \sin 4\pi x</math> را تعیین کنید.</p>		
۸	<p>مقدار <math>\sin 22/5^\circ</math> را بدست آورید.</p>		

۱	فرض کنید $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ و زاویه $\alpha$ زاویه ای منفرجه باشد، حاصل $\sin 2\alpha$ را بدست آورید.	۹
۱/۲۵	الف) $2 \sin 3x + \sqrt{2} = 0$	۱۰
۱/۲۵	ب) $\cos 2x + 4 \cos x + 1 = 0$	
۱/۲۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 - 5x + 6} =$	۱۱
۰/۷۵	ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] + 3}{x - 1} =$	
۰/۷۵	پ) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - 1}{\sin x} =$	
۱/۲۵	ت) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x + 2}}{x^2 - 4} =$	
۰/۵	ث) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 8}{4x^3 - 2x^2 + 1} =$	
۰/۵	ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 2} =$	
۰/۵	با توجه به نمودار زیر حدهای خواسته شده را بدست آورید.	۱۲
	الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$	
	ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) =$	
۲۰	جمع نمرات	موفق باشید.

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان ریاضی ۳	پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	۱۲ سؤال در ۳ صفحه
نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲	زمان امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰ ساعت ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
نام و نام خانوادگی:	دبیر:	آموزشگاه:	

«علم گنج بزرگی است که با خرج کردن، تمام نمی شود.» حضرت علی (ع)

ردیف	سؤالات	نمره
۱	الف) درست (ب) درست (پ) نادرست (ت) نادرست (ث) نادرست (ج) درست (چ) نادرست (ح) درست هر مورد ۰/۲۵ نمره	۲
۲	الف) بالاتر (ب) اکیدا نزولی هر مورد ۰/۲۵ نمره	۰/۵
۳	الف) $(-\infty, 2]$ (ب) $x^2 + 1$ (پ) $A'(4, 7)$ (ت) $f^{-1}(x) = 2x + 6$ (ث) هر مورد ۰/۲۵ نمره	۲/۵
۴	صعودی الف) $f(x) = \begin{cases} 0 & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$ رسم ۰/۵ اکیدا نزولی ۰/۲۵ رسم ۰/۵	۱/۷۵
۵	الف) $D_f = [1, +\infty)$ 0/25 $D_g = \mathbb{R} - \{2\}$ 0/25 $D_{f \circ g} = \{x \in [1, +\infty) \mid \sqrt{x-1} \in \mathbb{R} - \{2\}\}$ 0/25 $= \{x \in [1, +\infty) \mid \sqrt{x-1} \neq 2\} = [1, +\infty) - \{5\}$ ب) $f(g(3)) = f(4) = \sqrt{3}$ 0/5	۱/۷۵
۶	$(f \circ g)^{-1}(1) = g^{-1}(f^{-1}(1))$ 0/25 $= g^{-1}(8) = 2$ 0/25 $f^{-1}(1) = 8$ 0/25	۰/۷۵
۷	$T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$ max = $ a  + c =  -3  + 2 = 5$	۱

•/۲۵	$\sin^2(22/5) = \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \rightarrow \sin 22/5^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$ <p style="text-align: center;">•/۲۵                      •/۲۵                      •/۲۵</p>	۸
۱	$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169} \rightarrow \sin \alpha = + \frac{12}{13}$ <p style="text-align: center;">•/۲۵                      •/۲۵</p> $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \left( \frac{12}{13} \right) \left( -\frac{5}{13} \right) = -\frac{120}{169}$ <p style="text-align: center;">•/۲۵                      •/۲۵</p>	۹
۲/۵	<p style="text-align: right;">(الف)</p> $\sin 3x = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \left( -\frac{\pi}{4} \right) \rightarrow 3x = \begin{cases} 2k\pi - \frac{\pi}{4} \\ 2k\pi + \frac{5\pi}{4} \end{cases} \rightarrow x = \begin{cases} \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{12} \\ \frac{2k\pi}{3} + \frac{5\pi}{12} \end{cases}$ <p style="text-align: center;">•/۲۵              •/۲۵              •/۲۵              •/۵</p> <p style="text-align: right;">(ب)</p> $(2\cos^2 x - 1) + 4\cos x + 1 = 0 \rightarrow 2\cos^2 x + 4\cos x = 0$ <p style="text-align: center;">•/۲۵</p> $\rightarrow \cos x(2\cos x + 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = -2 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">•/۲۵                      •/۲۵                      •/۵</p> <p style="text-align: right;">غ ق ق ق</p>	۱۰

۵	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(2x-1)}{(x-3)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-1}{x-2} = \frac{2(3)-1}{3-2} = 5$ <p style="text-align: center;">۰/۲۵                  ۰/۲۵                  ۰/۲۵</p> <p>(الف)</p> $\frac{0+3}{1^- - 1} = \frac{3}{0^-} = -\infty$ <p style="text-align: center;">۰/۲۵                  ۰/۲۵                  ۰/۲۵</p> <p>(ب)</p> $\frac{-1}{0^-} \frac{0/25}{0/25} = +\infty \quad 0/25$ <p>(پ)</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 - 4} \times \frac{x + \sqrt{x+2}}{x + \sqrt{x+2}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{(x^2 - 4)(x + \sqrt{x+2})}$ <p style="text-align: center;">۰/۲۵                                  ۰/۲۵</p> $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+2)(x + \sqrt{x+2})} = \frac{3}{16}$ <p style="text-align: center;">۰/۵                                  ۰/۲۵</p> <p>(ت)</p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{4x^3} = \frac{1}{4}$ <p style="text-align: center;">۰/۲۵                  ۰/۲۵</p> <p>(ث)</p> $\frac{3+0}{0-2} = -\frac{3}{2}$ <p style="text-align: center;">۰/۲۵                  ۰/۲۵</p> <p>(ج)</p>	۱۱
۰/۵	$\frac{0/25}{0/25} = -2$ <p>(الف)</p> $\frac{0/25}{0/25} = +\infty$ <p>(ب)</p>	۱۲

۲۰	<p>جمع نمره: همکاران عزیز ضمن عرض خسته نباشید لطفاً به سایر راه حل های صحیح دیگر به تناسب بارم نمره لحاظ کنید.</p>	
----	--	--

باسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش استان فارس

کارشناس سنجش و ارزشیابی تحصیلی

اداره آموزش و پرورش استعدادهای درخشان

(مهر آموزشگاه)

نام:

نام خانوادگی:

نام پدر:

دبیرستان: فرزندگان ۱

نام درس: ریاضی ۳

نوبت امتحانی: دی ماه ۱۴۰۰

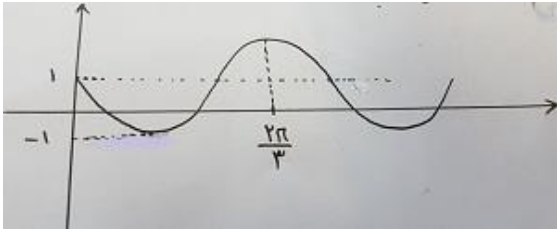
پایه: دوازدهم تجربی

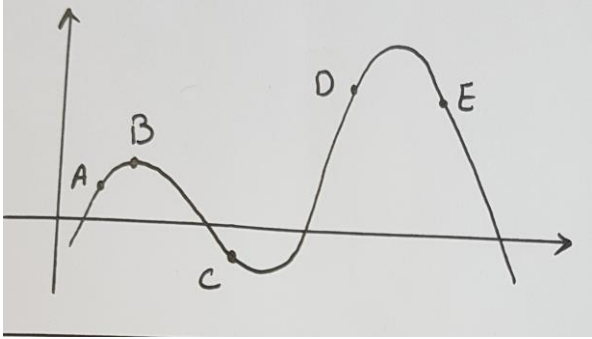
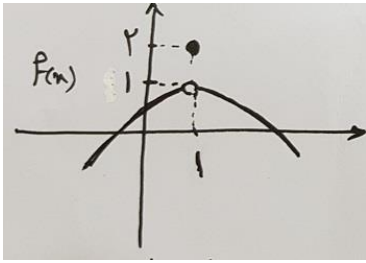
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۱۸

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

شماره صفحه: ۱/۲

نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره به عدد:	نام و نام خانوادگی:	نمره به عدد:
تاریخ و امضا:	نمره به حروف:	تاریخ و امضا:	نمره به حروف:

بارم	ردیف	اللهم عجل لولیک الفرج
۱/۵	۱	اگر $x = 1$ طول نقطه عطف افقی نمودار تابع $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ باشد و نمودار محور $x$ ها را در $x = -1$ قطع کند، $a$ ، $b$ و $c$ را بیابید.
۱/۵	۲	بازه ای را مشخص کنید که تابع $f(x) =  x  -  x - 2 $ در آن معکوس پذیر باشد. سپس ضابطه معکوسی آن را در آن بازه بیابید.
۱/۵	۳	اگر $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ و $g(x) = \frac{1 - 2x}{x + 1}$ ، دامنه $f \circ g$ کدام است؟
۱/۵	۴	اگر دامنه و برد تابع $y = -f(1 - 2x) + 3$ به ترتیب $[-1$ و $3]$ و $(-\infty$ و $1]$ باشد دامنه و برد تابع $f(x)$ کدام است؟
۱	۵	اگر $g \circ f^{-1}(x) = \frac{3x + 2}{5x - 1}$ باشد، تابع $f \circ g^{-1}(x)$ را بیابید.
۱	۶	دوره تناوب تابع $f(x) = \sin^2 3x + \left  \cos \frac{6x}{5} \right  + \tan \frac{9x}{2}$ کدام است؟
۱/۵	۷	اگر نمودار تابع $f(x)$ شکل زیر باشد، ضابطه $f(x)$ را بنویسید.
		
۱	۸	اگر $x = 1$ اولین مجانب قائم تابع $y = \tan bx$ در سمت راست محور $y$ ها باشد، $f\left(\frac{25}{3}\right)$ را بیابید. ( $b > 0$ )

بارم	اللهم عجل لوليک الفرج	ردیف												
۱/۵	جواب کلی معادله $\cos 2x + \sin x - 1 = 0$ را بدست آورید.	۹												
۲	حدود زیر را محاسبه کنید : الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} [2 \cos x - 1]$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x + \sqrt{4x^2 + 8x + 1}$	۱۰												
۱	اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 2}{ax^2 + 2x + b} = 1$ باشد $a$ و $b$ را بیابید.	۱۱												
۱	اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \sqrt{x^2 + x + 1}}{ax} = 2$ باشد حد آن را در $x = 0$ بیابید.	۱۲												
۱	نمودار تابع $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$ در اطراف $x = 2$ چه شکلی است؟	۱۳												
۱	به کمک تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{3x-1}$ را در $x = 1$ بیابید.	۱۴												
۱	نقاط داده شده روی منحنی را با مشتق های ارائه شده در جدول نظیر کنید .  <table border="1" data-bbox="1201 982 1425 1276"> <thead> <tr> <th>نقطه</th> <th>مشتق</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>۱</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-۱</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-۲</td> </tr> </tbody> </table>	نقطه	مشتق		۱		۲		۰		-۱		-۲	۱۵
نقطه	مشتق													
	۱													
	۲													
	۰													
	-۱													
	-۲													
۱	با توجه به نمودار تابع $f$ مشتق تابع $g(x) = \frac{(x^2 - 1)f(x)}{3x + 2}$ را در $x = 1$ محاسبه کنید. 	۱۶												

باسمه تعالی



دبیرستان : فرزندگان ۱

نام درس : ریاضی ۳

اداره کل آموزش و پرورش استان فارس  
 کارشناس سنجش و ارزشیابی تحصیلی  
 اداره آموزش و پرورش استعدادهای درخشان  
 (مهر آموزشگاه)

نوبت امتحانی : دی ماه ۱۴۰۰

پایه: دوازدهم تجربی

تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۱۰/۱۸

بارم	اللهم عجل لوليک الفرج	ردیف
۱/۵	$y = (x - 1)^3 + k \rightarrow k = 8 \text{ و } a = -3, b = 3, c = 7$	۱
۱/۵	$x \in [0, 2] \text{ و } y \in [-2, 2]$ $y^{-1} = \frac{x + 2}{2} \text{ و } -2 \leq x \leq 2$	۲
۱/۵	$x \neq -1 \text{ و } -1 \leq \frac{1 - 2x}{x + 1} \leq 1 \rightarrow 0 \leq x \leq 2$	۳
۱/۵	$D_f = [-5, 3]$ $R_f = (-\infty, 2]$	۴
۱	$f \circ g^{-1} = (g \circ f^{-1})^{-1} = \frac{x + 2}{5x - 3}$	۵
۱	$T_1 = \frac{\pi}{3} \quad T_2 = \frac{\pi}{\frac{6}{5}} = \frac{5\pi}{6} \quad T_3 = \frac{\pi}{\frac{9}{2}} = \frac{2\pi}{9} \rightarrow T = \frac{10\pi}{3}$	۶
۱/۵	$c=1 \quad a=-2$ $y = a \sin bx + c$ $\frac{3T}{4} = \frac{2\pi}{3} \rightarrow T = \frac{8\pi}{9} = \frac{2\pi}{b} \rightarrow b = \frac{9}{4}$ $y = -2 \sin \frac{9x}{4} + 1$	۷



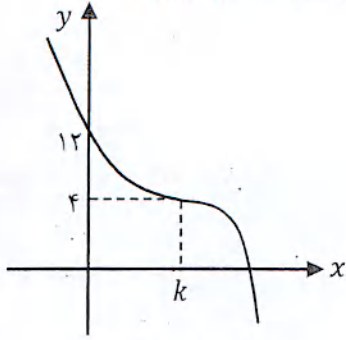
١	$T = \tau = \frac{\pi}{b} \rightarrow b = \frac{\pi}{\tau} , f\left(\frac{\tau\delta}{\tau}\right) = \frac{\sqrt{\tau}}{\tau}$	٨												
١	الف) $[\cdot^+] = \cdot$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^\tau - 4x^\tau - \lambda x - 1}{\tau x -  \tau x } = \frac{-\lambda x}{4x} = -\tau$	١٠												
١	$a = -\tau , b = -١$	١١												
١	$\frac{- x }{ax} = \tau \Rightarrow \frac{1}{a} = \tau \rightarrow a = \frac{1}{\tau}$ $x \rightarrow -\infty$ $\lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\tau(1 - \sqrt{x^\tau + x + 1})}{x} = \frac{\tau(1 - x^\tau - x - 1)}{x(1 + 1)} = \frac{x(-x - 1)}{x} = -١$ $x \rightarrow \cdot$	١٢												
١	$\lim_{x \rightarrow \tau} \frac{x - \tau}{x - \tau} \begin{cases} x \rightarrow \tau^+ \frac{-1}{\cdot^+} = -\infty \\ x \rightarrow \tau^- \frac{-1}{\cdot^-} = +\infty \end{cases}$	١٣												
١	$f''(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{\tau x - 1} - \frac{1}{\tau}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tau - \tau x + 1}{\tau(\tau x - 1)(x - 1)} = \frac{-\tau(x - 1)}{\tau(\tau x - 1)(x - 1)} = \frac{-\tau}{\tau}$	١٤												
١	<table border="1"> <thead> <tr> <th>نقطه</th> <th>مشتق</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>١</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>٢</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>٠</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>-١</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>-٢</td> </tr> </tbody> </table>	نقطه	مشتق	A	١	D	٢	B	٠	C	-١	E	-٢	١٥
نقطه	مشتق													
A	١													
D	٢													
B	٠													
C	-١													
E	-٢													
١	$g(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^\tau - 1)f(x)}{\tau x + \tau} = \frac{\tau(1)}{\tau} = \frac{\tau}{\tau}$	١٦												

شماره سندلی:	به نام خدا	نوبت امتحانی: دی ماه ۱۴۰۱
نام و نام خانوادگی:	اداره کل آموزش و پرورش استان فارس	پایه: دوازدهم شعبه: تجربی
نام پدر:	اداره سنجش و پایش کیفیت آموزشی	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۱
نام درس: ریاضی ۳	اداره آموزش و پرورش ناحیه ۱ شیراز	شروع امتحان: ۸ صبح
تعداد صفحه: ۴	دبیرستان استعدادهای درخشان شهید دستغیب ۲	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

ردیف	سوالات	صفحه ۱	نمره
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) هر تابع یک به یک، اکیداً یکنوا است. ب) تابع تنازانت در هر بازه ای که تعریف شده باشد، اکیداً صعودی است.		۰/۵
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر دامنه تابع $y = f(x)$ بازه $[-1, 2]$ باشد آنگاه دامنه تعریف تابع $y = f(3x + 4)$ به صورت بازه ..... است. (۰/۵) ب) در تابع $y = 3 - 2 \cos(1 - \pi x)$ ، دوره تناوب برابر ..... و مجموع بیشترین و کمترین مقدار تابع برابر ..... است. (۰/۵) پ) اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{\sqrt{x-1}}{4x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، مقدار $ab$ برابر ..... است. (۰/۵) ت) اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$ و $g = \{(2, -1), (-1, 4), (3, -2), (-4, -3)\}$ باشند، و $g^{-1}(f(a)) = 3$ باشد آنگاه $a$ برابر ..... است. (۰/۵) ث) اگر تابع $f(x) = \left(\frac{1}{m}\right)x^2 - x + 3$ در بازه $[1, +\infty)$ اکیداً صعودی باشد، حدود $m$ برابر ..... است. (۰/۵)		۲/۵
۳	نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $y = 2f(2x - 1) - 2$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را بیابید.		۱/۵
۴	به ازای چه مقدار از $a$ چند جمله ای $p(x) = x^3 + ax^2 + 2bx - 3$ بر $x - 3$ بخش پذیر بوده و باقیمانده تقسیم آن بر $x - 1$ برابر $-4$ است.		۱

۵

نمودار تابع  $y = -x^3 + 2mx^2 - nx + 2p$  به صورت زیر است، حاصل  $m + n + p$  را بیابید.



۶

اگر  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{2}$  و  $g(x) = \frac{1}{1-x^2}$  باشد، آنگاه دامنه تابع  $f \circ g$  را به کمک تعریف بیابید.

۱/۲۵

۷

اگر  $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$  و  $f(x) = 3x - 14$  باشد، ضابطه  $g(x)$  را بیابید.

۱

۸

اگر  $x \geq 1$  و  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  مفروض باشد،

الف) ضابطه وارون تابع  $f$  را بیابید.

ب) دامنه تابع وارون  $f$  بیابید.

۱/۵

۹

با رسم تابع  $f(x) = x^2|x|$ ، بزرگترین بازه ای که این تابع اکیداً نزولی است را تعیین کنید.

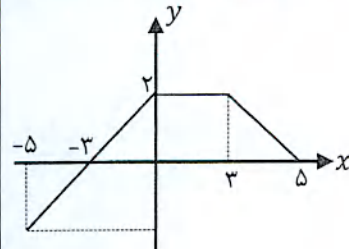
۰/۷۵

شماره صندلی:	به نام خدا	نوبت امتحانی: دی ماه ۱۴۰۱
نام و نام خانوادگی:	اداره کل آموزش و پرورش استان فارس	پایه: دوازدهم شعبه: تجربی
نام پدر:	اداره سنجش و پایش کیفیت آموزشی	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۱
نام درس: ریاضی ۳	اداره آموزش و پرورش ناحیه ۱ شیراز	شروع امتحان: ۸ صبح
تعداد صفحه: ۴	دبیرستان استعدادهای درخشان شهید دستغیب ۲	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

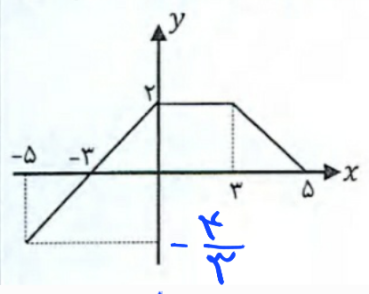
ردیف	سوالات	صفحه ۳	نمره
۱۰	شکل روبرو نمودار تابع $y = 1 - a \cos\left(b\pi x + \frac{\pi}{4}\right)$ در بازه $\left[0, \frac{8}{3}\right]$ است. $a + b$ چه اعدادی می تواند باشد؟		۱/۵
۱۱	قسمتی از نمودار یک تابع متناوب با دوره تناوب $T = 3$ به صورت زیر می باشد. حاصل $f(9) + f(11)$ کدام است؟		۱
۱۲	اگر $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ و $\alpha$ در ناحیه سوم باشد، مقدار $\cos 2\alpha$ را محاسبه کنید.		۰/۷۵
۱۳	مجموع جواب های معادله $\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0$ در بازه $[0, \pi]$ را بیابید.		۱/۵

ردیف	سوالات	صفحه ۴ نمبر
۱۴	<p>حاصل حدهای زیر را محاسبه کنید. (استفاده از هم ارزی پرتوان مجاز و هوپیتال غیرمجاز)</p> <p>۱) <math>\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x - 1}{-x^2 + x + 6}</math></p> <p>۲) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ 1 - 2x  + \sqrt{x^2 - 5x}}{\sqrt{x} + \sqrt{9x^2 - x + 1}}</math></p>	۱/۵
۱۵	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow -1} \frac{a[x] - a^x x}{3x^2 + x - 2} = -\infty</math>، حدود <math>a</math> را بیابید.</p>	۱/۲۵
۱۶	<p>در تابع <math>f(x) = \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}}</math> اگر <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1</math> باشد، آنگاه <math>\lim_{x \rightarrow 3} f(x)</math> محاسبه کنید.</p>	۱/۵

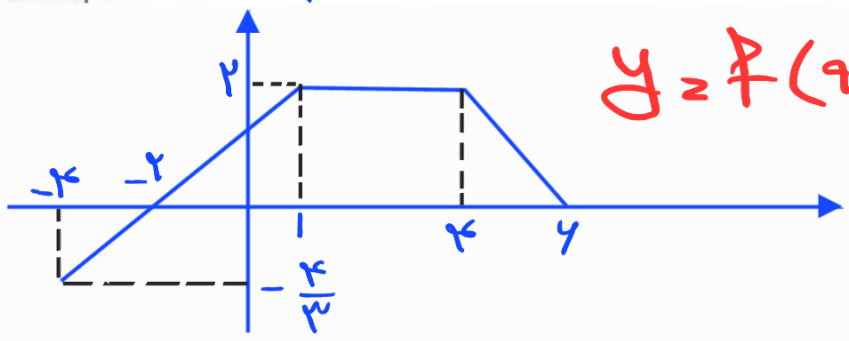
نام و نام خانوادگی:	اداره کل آموزش و پرورش استان فارس	پایه: دوازدهم	شعبه: تجربی
نام پدر:	اداره سنجش و پایش کیفیت آموزشی	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۱	
نام درس: ریاضی ۳	اداره آموزش و پرورش ناحیه ۱ شیراز	شروع امتحان: ۸ صبح	
تعداد صفحه: ۴	دبیرستان استعدادهای درخشان شهید دستغیب ۲	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	

ردیف	سوالات	صفحه ۱	نمره
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) هر تابع یک به یک، اکیداً یکنوا است. <b>مخ</b> مثال نقضی: $y = \frac{1}{x}$ ب) تابع تنازات در هر بازه ای که تعریف شده باشد، اکیداً صعودی است. <b>ص</b>		۰/۵
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر دامنه تابع $y = f(2-x)$ بازه $[-1, 2]$ باشد آنگاه دامنه تعریف تابع $y = f(3x+4)$ به صورت بازه $[-\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}]$ است. (۰/۵) ب) در تابع $y = 3 - 2 \cos(1 - \pi x)$ ، دوره تناوب برابر ..... $\frac{2}{\pi}$ ..... و مجموع بیشترین و کمترین مقدار تابع برابر ..... $\frac{2}{\pi}$ ..... است. (۰/۵) پ) اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{\sqrt{x}-1}{4x^2+ax+b} = -\infty$ باشد، مقدار $ab$ برابر ..... است. (۰/۵) ت) اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$ و $g = \{(2, -1), (-1, 4), (3, -2), (-4, -3)\}$ باشند، و $f(a) = -2 = -\sqrt{-a} \rightarrow a = -4$ $g^{-1}(f(a)) = 3$ باشد آنگاه $a$ برابر ..... $-4$ ..... است. (۰/۵) ث) اگر تابع $f(x) = (\frac{1}{m})x^2 - x + 3$ در بازه $[1, +\infty)$ اکیداً صعودی باشد، حدود $m$ برابر ..... $0 < m \leq 2$ ..... است. (۰/۵) <b>ANB</b> $\rightarrow$ <b>آره</b>		۲/۵
۳	نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $y = 2f(2x-1) - 2$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را بیابید. <b>پاسخ در پیوسته</b>		۱/۵
۴	به ازای چه مقدار از $a$ چند جمله ای $p(x) = x^3 + ax^2 + 2bx - 3$ بر $x - 3$ بخش پذیر بوده و باقیمانده تقسیم آن بر $x - 1$ برابر $-4$ است.	$p(3) = 0 = 27 + 9a + 6b - 3 \rightarrow 3a + 2b = -8$ $p(1) = -4 = 1 + a + 2b - 3 \rightarrow a + 2b = -2$ $\rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$	۱

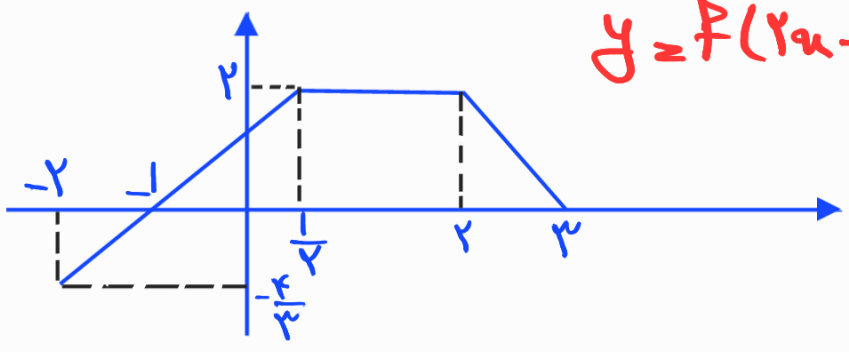
نمودار تابع  $f(x)$  به صورت زیر است. نمودار تابع  $y = 2f(2x - 1) - 2$  را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را بیابید.



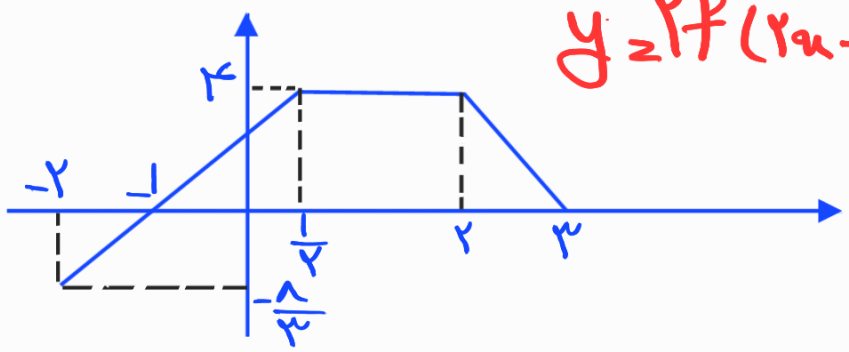
$y = f(x-1)$



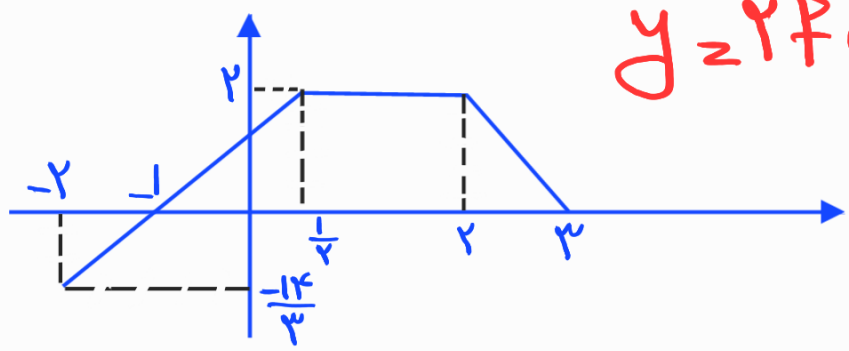
$y = f(2x-1)$



$y = 2f(2x-1)$



$y = 2f(2x-1) - 2$

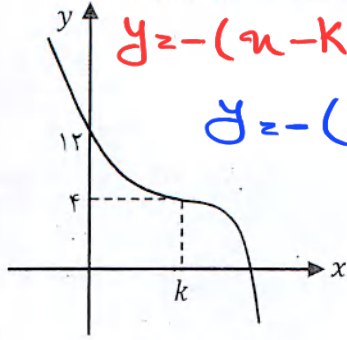


دامنه:  $[-2, 3]$

برد:  $[-\frac{14}{3}, 2]$

۵

نمودار تابع  $y = -x^3 + 2mx^2 - nx + 2p$  به صورت زیر است، حاصل  $m+n+p$  را بیابید.



$$y = -(x-k)^3 + 2 \xrightarrow{(0,12)} 12 = k^3 + 2 \rightarrow k^3 = 10 \rightarrow k = \sqrt[3]{10}$$

$$y = -(x-2)^3 + 2 = -x^3 + 6x^2 - 12x + 10$$

$$2m = 6 \rightarrow m = 3$$

$$-n = -12 \rightarrow n = 12 \rightarrow m+n+p = 21$$

$$2p = 10 \rightarrow p = 5$$

۱/۲۵

۶ اگر  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{2}$  و  $g(x) = \frac{1}{1-x^2}$  باشد، آنگاه دامنه تابع  $f \circ g$  را به کمک تعریف بیابید.

$$D_f: 1-x \geq 0 \rightarrow x \leq 1 \quad D_g: \mathbb{R} - \{\pm 1\} \quad D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} - \{\pm 1\} \mid \frac{1}{1-x^2} \in x \leq 1\} = A \cap B$$

$$\frac{1}{1-x^2} \leq 1 \rightarrow \frac{1}{1-x^2} - 1 \leq 0 \rightarrow \frac{x^2}{1-x^2} \leq 0 \rightarrow \boxed{x \leq -1 \cup x \geq 1 \cup \{0\}} = B$$

$$D_{f \circ g} = A \cap B = \text{---} \rightarrow D_{f \circ g} = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \cup \{0\}$$

۷

۷ اگر  $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$  و  $f(x) = 3x - 14$  باشد، ضابطه  $g(x)$  را بیابید.

$$f(g(x)) = 3g - 14 = 3x^2 - 6x + 14$$

$$3g = 3x^2 - 6x + 28 \rightarrow 3g = 3(x-1)^2 + 25$$

$$\div 3 \rightarrow g(x) = (x-1)^2 + \frac{25}{3}$$

۸

۸ اگر  $f(x) = x^2 - 2x - 3$ ;  $x \geq 1$  مفروض باشد،

$$y = (x-1)^2 - 4 \rightarrow x \geq 1$$

$$\rightarrow (x-1) \geq 0 \rightarrow (x-1)^2 \geq 0 \rightarrow (x-1)^2 - 4 \geq -4$$

$$f \text{ بد } y \geq -4 \rightarrow D_f^{-1}(x) = [-4, +\infty)$$

$$y+4 = (x-1)^2 \rightarrow |x-1| = \sqrt{y+4} \xrightarrow{x \geq 1} x-1 = \sqrt{y+4}$$

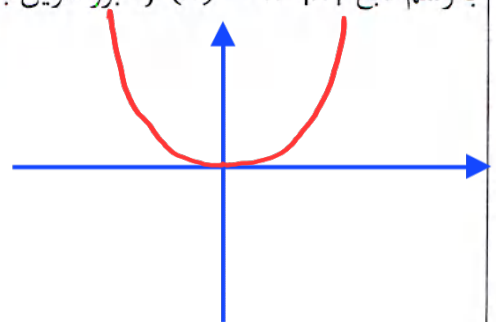
$$x = 1 + \sqrt{y+4} \xrightarrow{\text{عوض } x} \boxed{f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x-4} ; x \geq -4}$$

۰/۷۵

۹ با رسم تابع  $f(x) = x^2|x|$ ، بزرگترین بازه ای که این تابع اکیداً نزولی است را تعیین کنید.

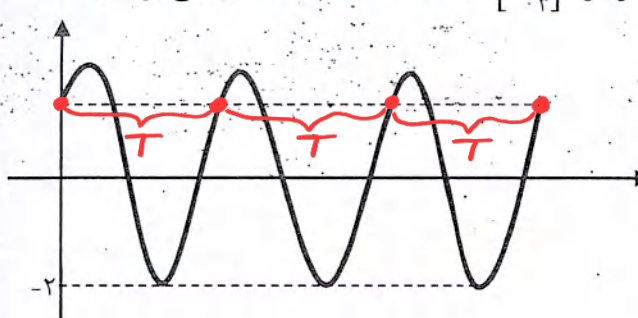
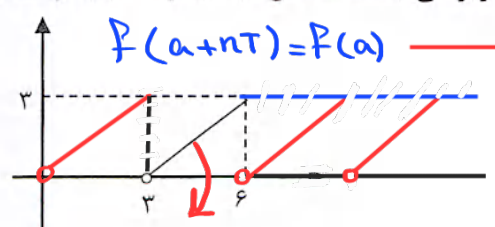
$$y = x^2|x| = \begin{cases} x^3 & ; x \geq 0 \\ -x^3 & ; x < 0 \end{cases}$$

اکیداً نزولی:  $(-\infty, 0]$





شماره سندلی:	به نام خدا	نوبت امتحانی: دی ماه ۱۴۰۱
نام و نام خانوادگی:	اداره کل آموزش و پرورش استان فارس	پایه: دوازدهم    شعبه: تجربی
نام پدر:	اداره سنجش و پایش کیفیت آموزشی	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۱
نام درس: ریاضی ۳	اداره آموزش و پرورش ناحیه ۱ شیراز	شروع امتحان: ۸ صبح
تعداد صفحه: ۴	دبیرستان استعدادهای درخشان شهید دستغیب ۲	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

ردیف	سوالات	صفحه ۳	نمره				
۱۰	<p>شکل روبرو نمودار تابع <math>y = 1 - a \cos(b\pi x + \frac{\pi}{4})</math> در بازه <math>[0, \frac{1}{3}]</math> است. <math>a + b</math> چه اعدادی می تواند باشد؟</p>  <p> <math>y = 1 + a \sin(b\pi x)</math>  <math>3T = \frac{1}{3} \rightarrow T = \frac{1}{9} = \frac{2\pi}{ b\pi } \rightarrow  b  = \frac{9}{2}</math>  <math>1 = \frac{\max + \min}{2} = \frac{\max - 2}{2} \rightarrow \max = 2</math>  <math> a  = \frac{\max - \min}{2} = \frac{2 - (-2)}{2} = 2</math> </p> <p> <math> a  = 2</math>  <math> b  = \frac{9}{2}</math> </p> <p>نمودار در صورتی است <math>ab &gt; 0 \rightarrow</math></p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td><math>a = 2</math></td> <td><math>a = -2</math></td> </tr> <tr> <td><math>b = \frac{9}{2}</math></td> <td><math>b = -\frac{9}{2}</math></td> </tr> </table>	$a = 2$	$a = -2$	$b = \frac{9}{2}$	$b = -\frac{9}{2}$	<p>۱/۵</p>	
$a = 2$	$a = -2$						
$b = \frac{9}{2}$	$b = -\frac{9}{2}$						
۱۱	<p>قسمتی از نمودار یک تابع متناوب با دوره تناوب <math>T = 3</math> به صورت زیر می باشد. حاصل <math>f(9) + f(11)</math> کدام است؟</p>  <p> <math>f(a + nT) = f(a) \rightarrow f(9) = f(3 + 2(3)) = f(3) = 3</math>  <math>f(11) = f(5 + 2(3)) = f(5) = 2</math>  <math>f(9) + f(11) = 3 + 2 = 5</math> </p> <p> <math>y = x - 3</math>          معادله خط  <math>3 &lt; x \leq 6</math> </p>	<p>۱</p>					
۱۲	<p>اگر <math>\tan \alpha = \frac{3}{4}</math> و <math>\alpha</math> در ناحیه سوم باشد، مقدار <math>\cos 2\alpha</math> را محاسبه کنید.</p> <p> <math>1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25}</math>  <math>\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2(\frac{16}{25}) - 1 = \frac{32}{25} - 1 = \frac{7}{25}</math> </p>	<p>۰/۱۷۵</p>					
۱۳	<p>مجموع جواب های معادله <math>\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0</math> در بازه <math>[0, \pi]</math> را بیابید.</p> <p> <math>2 \sin x \cos x - \sqrt{3} \cos x = 0 \rightarrow \cos x (2 \sin x - \sqrt{3}) = 0</math>  <math>\cos x = 0 \xrightarrow{x \in [0, \pi]} x = \frac{\pi}{2}</math>  <math>2 \sin x - \sqrt{3} = 0 \rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{x \in [0, \pi]} x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}</math>          مجموع جوابها: <math>\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3} = \frac{7\pi}{6}</math> </p>	<p>۱/۵</p>					

حاصل حدهای زیر را محاسبه کنید. (استفاده از هم ارزی پرتوان مجاز و هوپیتال غیرمجاز)

$$1) \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x-1}{-x^2+x+6} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x-1}{-(x+2)(x-3)} = \frac{-5}{0^+} = -\infty$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|1-2x| + \sqrt{x^2-5x}}{\sqrt{x} + \sqrt{9x^2-x+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1-2x) + |x|}{\sqrt{x} + 3|x|}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-2x+x}{\sqrt{x}+3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{3x} = -\frac{1}{3}$$

اگر  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{a[x]-a^x}{3x^2+x-2} = -\infty$  حدود  $a$  را بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{a[-1^+] - a^x}{(x+1)(3x-2)} = \frac{-a+a^x}{0^-} = -\infty \rightarrow a^x - a > 0$$

$a < 0 \vee a > 1 \quad A$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{a[-1^-] - a^x}{(x+1)(3x-2)} = \frac{-2a+a^x}{0^+} = -\infty \rightarrow a^x - 2a < 0$$

$0 < a < 2 \quad B$

$a > 0 \Rightarrow A \cap B = (1, 2)$

در تابع  $f(x) = \frac{ax^n+15}{3x-\sqrt{4x^2+15x}}$  اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$  باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n+15}{3x-\sqrt{4x^2+15x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n}{3x-|2x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n}{x} = -1$$

$n=1 \rightarrow \frac{a}{3} = -1 \rightarrow a = -3 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3x+15}{3x-\sqrt{4x^2+15x}}$

حاصل:  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3(x-3)(3x+\sqrt{4x^2+15x})}{(3x-\sqrt{4x^2+15x})(3x-\sqrt{4x^2+15x})}$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3(x-3)(18)}{3x(x-3)} = \frac{-18}{3} = -6$$

۲۰٪

بسمه تعالی

اداره آموزش و پرورش منطقه ۱۸

دبیرستان نمونه دولتی فدک

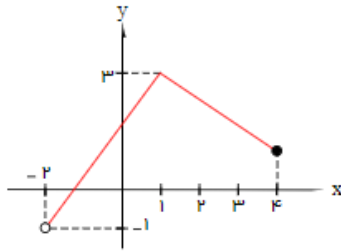
امتحانات دی ماه ۱۴۰۰

نام:	آزمون درس: ریاضی ۳	تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۰
نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰..... دقیقه
کلاس:	پایه: دوازدهم رشته: تجربی	سرکارخانم:
نمره به عدد:	نمره به حروف:	امضای دبیر:

سوالات

۱ اگر دامنه و برد تابع  $y = f(x)$  به صورت  $D_f = [-2, 6]$  و  $R_f = [3, 10]$  باشد، دامنه و برد تابع  $g(x) = 2f(x - 4)$  را بیابید.

۲ نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل است، دامنه و برد تابع  $y = -3f(1 - \frac{x}{2}) + 1$  را بیابید.



۳ نمودار تابع مقابل را رسم کنید.

$$y = x^3 - 6x^2 + 12x - 9$$

۴ دو تابع  $f(x) = \sqrt{x-4}$  و  $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$  را در نظر بگیرید. دامنه تابع  $g \circ f$  را با استفاده از تعریف به دست آورید.

۵ اگر تابع  $f$  روی  $\mathbb{R}$  اکیداً نزولی و  $f(-2) = 0$  باشد، دامنه تابع زیر را بیابید.

$$g(x) = \sqrt{(x^2 - 81)f(x)}$$

۶ ضابطه تابع  $y = (f^{-1} \circ g^{-1})(x)$  را با فرض  $(g \circ f)(x) = \sqrt[3]{x}$  به دست آورید.

۷ تابع  $y = x^3$  را ابتدا نسبت به محور  $y$ ها قرینه کرده، سپس نمودار حاصل را دو واحد به چپ منتقل کرده و در نهایت آن را ۵ واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا تابع  $f$  حاصل شود، ضابطه تابع وارون تابع  $f$  را بیابید.

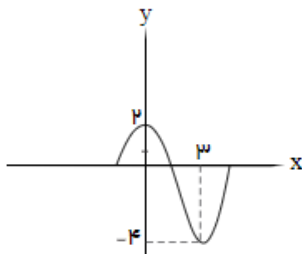
۸ مقدار عددی عبارت  $(\frac{1}{2} - \sin \frac{\pi}{12})(\frac{1}{2} + \cos \frac{5\pi}{12})$  را حساب کنید.

۹ دوره تناوب، ماکزیمم و مینیمم توابع زیر را بیابید.

$$1) f(x) = 4 \sin 5x \quad 2) g(x) = -\frac{3}{2} \cos(\frac{1}{4}x)$$

۱۰ اگر  $\tan \alpha \leq -1$ ، آنگاه حدود  $\alpha$  را در بازه  $[0, 2\pi]$  بیابید.

۱۱ نمودار تابع  $f(x) = a \cos bx + c$  بصورت زیر است، ضابطه این تابع را بیابید.



۱۲ معادله مثلثاتی  $\cos(2 \cos x - 9) = 5$  را حل کنید.

۱۳  $m$  و  $n$  را چنان بیابید که  $f(x) = x^2 + mx - n$  بر  $x - 1$  بخش پذیر باشد و باقی مانده آن بر  $x + 2$  برابر  $-3$  باشد.

۱۴ به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف)

$$\text{آ) } \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x - 1)(x + 2)}$$

۱۵ حدهای زیر را محاسبه کنید:

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^4 - 2x^2}{-x^3 + 2}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{5x^{10} - 2x + 3}}{\sqrt{x^6 + 2}}$$

۱۶ حدود زیر را محاسبه کنید.

الف)

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{[\cos 4x]}{\tan x}$$

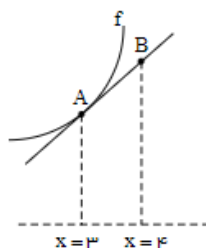
ب)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(x - 6)(2x - 7)(4x + 1)}{17x^2 + 5}$$

۱۷ نمودار تابعی مانند  $f$  را رسم کنید که در یک همسایگی محذوف  $-2$  تعریف شده باشد. به طوری که  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -\infty$  و

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = +\infty$$

۱۸ در نمودار شکل مقابل اگر  $f(3) = 7$ ،  $f'(3) = 6$  باشد، مختصات نقطه  $B$  را بیابید.



۱۹ مشتق تابع  $f(x) = x^2 - 2$  را با استفاده از تعریف مشتق در نقطه‌ای به طول  $x = -1$  به دست آورید.

۲۰ اگر  $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ ،  $f'(2)$  را به دست آورید و معادله خط مماس بر منحنی  $f$  را در نقطه‌ای به طول  $2$  واقع بر آن بنویسید.

"موفق و سربلند باشید"

فرفرف

فرفرف

فرفرف



بسمه تعالی  
اداره آموزش و پرورش منطقه ۱۸  
دبیرستان نمونه دولتی فدک  
امتحانات دی ماه ۱۴۰۰

نام و نام خانوادگی:	آزمون درس: ریاضی ۳	تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/...../.....
کلاس:	پایه: دوازدهم رشته: تجربی	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
نمره به عدد:	نمره به حروف:	امضای دبیر:
توضیحات دبیر:		

$$D_f = [-2, 6] \Rightarrow -2 \leq x \leq 6$$

$$g(x) = 2f(x-4) \Rightarrow -2 \leq x-4 \leq 6 \xrightarrow{+4} 2 \leq x \leq 10 \Rightarrow D_g = [2, 10]$$

$$R_f = [3, 10] \Rightarrow 3 \leq f(x) \leq 10$$

برد تابع های  $y = f(x)$  و  $y = f(x-4)$  یکسان است، پس داریم:

$$3 \leq f(x-4) \leq 10 \xrightarrow{\times 2} 6 \leq 2f(x-4) \leq 20 \Rightarrow 6 \leq g(x) \leq 20 \Rightarrow R_g = [6, 20]$$

۱) با توجه به نمودار تابع  $f$ ، دامنه و برد آن به صورت زیر است:

$$D_f = (-2, 4] \Rightarrow -2 < x \leq 4$$

$$y = -3f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + 1 \Rightarrow -2 < 1 - \frac{x}{2} \leq 4 \xrightarrow{-1} -3 < -\frac{x}{2} \leq 3$$

$$\xrightarrow{\times (-2)} 6 > x \geq -6 \Rightarrow -6 \leq x < 6 \Rightarrow D_y = [-6, 6)$$

$$R_f = (-1, 3] \Rightarrow -1 < f(x) \leq 3$$

۲) برد توابع  $y = f(x)$  و  $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right)$  یکسان است، پس داریم:

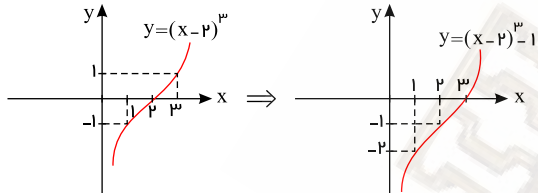
$$-1 < f\left(1 - \frac{x}{2}\right) \leq 3 \xrightarrow{\times (-3)} 3 > -3f\left(1 - \frac{x}{2}\right) \geq -9 \xrightarrow{+1} 4 > -3f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + 1 \geq -8$$

$$\Rightarrow -8 \leq y < 4 \Rightarrow R_y = [-8, 4)$$

۳) با تشکیل اتحاد مکعب دو جمله ای یعنی  $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$  داریم:

$$y = x^3 - 6x^2 + 12x - 9 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8 - 1 = (x-2)^3 - 1$$

برای رسم  $y = (x-2)^3 - 1$  باید  $y = x^3$  را دو واحد به راست و سپس یک واحد به پایین منتقل کنیم.



۴

$$f(x) = \sqrt{x-4} \rightarrow D_f: x-4 \geq 0 \rightarrow x \geq 4$$

$$g(x) = \frac{1}{x^2-1} \rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \{x \geq 4, \sqrt{x-4} \neq \pm 1\} = \{x \geq 4, x \neq 5\} = [4, 5) \cup (5, +\infty)$$

۵

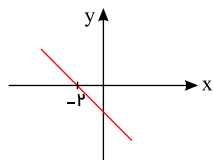
$$g(x) = \sqrt{(x^2-1)f(x)} \Rightarrow (x^2-1)f(x) \geq 0$$

برای  $x < -2 \Rightarrow f(x) > f(-2) \Rightarrow f(x) > 0 \Rightarrow f$  تابع مثبت است.

برای  $x > -2 \Rightarrow f(x) < f(-2) \Rightarrow f(x) < 0 \Rightarrow f$  تابع منفی است.

چون  $f$  روی  $\mathbb{R}$  اکیداً نزولی و  $f(-2) = 0$  است، داریم:

نمودار  $f$  تقریباً به صورت مقابل است.



$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$



$x$	$-9$	$-2$	$9$
$x^2 - 81$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$+$	$+$	$-$
$(x^2 - 81)f(x)$	$+$	$0$	$-$

$\Rightarrow x \leq -9$  یا  $-2 \leq x \leq 9 \Rightarrow D_g = (-\infty, -9] \cup [-2, 9]$

ضابطه تابع  $y = (f^{-1} \circ g^{-1})(x) = (g \circ f)^{-1}(x)$  مد نظر بوده و با فرض  $y = \sqrt[3]{x}$  ضابطه  $h(x) = (g \circ f)(x)$  ضابطه  $y = h^{-1}(x)$  هدف مسأله می‌باشد. برای دستیابی به معکوس  $h(x)$  کافی است از رابطه  $x, y = \sqrt[3]{x}$  را بر حسب  $y$  بیابیم:

به توان ۳ می‌رسانیم.  
 $y = \sqrt[3]{x} \rightarrow y^3 = x \rightarrow y = h^{-1}(x) = x^3$

قرینه نسبت به محور  $y$  ها  
 $y = x^3 \xrightarrow{x \rightarrow -x} y = (-x)^3 = -x^3 \xrightarrow{x \rightarrow x+2} y = -(x+2)^3$

واحد بالا  
 $\rightarrow y = f(x) = -(x+2)^3 + 5 \Rightarrow (x+2)^3 = 5 - y$   
 $\Rightarrow x + 2 = \sqrt[3]{5 - y} \Rightarrow x + 2 = -\sqrt[3]{y - 5} \Rightarrow x = -2 - \sqrt[3]{y - 5}$   
 $\Rightarrow y = f^{-1}(x) = -2 - \sqrt[3]{x - 5}$

$A = \left(\frac{1}{2} - \sin \frac{\pi}{12}\right) \left(\frac{1}{2} + \cos \frac{5\pi}{12}\right)$

از طرفی  $\frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} = \frac{6\pi}{12} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \frac{5\pi}{12} = \sin \frac{\pi}{12} \Rightarrow A = \left(\frac{1}{2} - \sin \frac{\pi}{12}\right) \left(\frac{1}{2} + \sin \frac{\pi}{12}\right) \Rightarrow A = \frac{1}{4} - \sin^2 \frac{\pi}{12} \xrightarrow{\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}}$

$\Rightarrow \sin^2 \frac{\pi}{12} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \Rightarrow \sin^2 \frac{\pi}{12} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

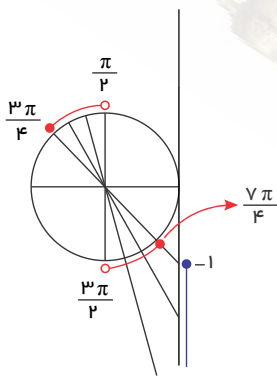
$A = \frac{-1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3} - 1}{4}$

دوره تناوب توابع  $y = a \cos bx$  و  $y = a \sin bx$  برابر با  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  و ماکزیمم آن‌ها  $|a|$  و مینیمم آن‌ها  $-|a|$  است.

۱)  $f(x) = 4 \sin 5x \rightarrow T = \frac{2\pi}{5}$ ,  $max = 4$ ,  $min = -4$

۲)  $g(x) = -\frac{3}{2} \cos\left(\frac{1}{4}x\right) \rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = 8\pi$ ,  $max = \left|-\frac{3}{2}\right| = \frac{3}{2}$ ,  $min = -\left|-\frac{3}{2}\right| = -\frac{3}{2}$

در دایره مثلثاتی مقابل باید زوایایی را بیابیم که تانژانت آن‌ها کوچک‌تر یا مساوی  $-1$  است.



$\tan \alpha \leq -1 \Rightarrow \frac{\pi}{2} < \alpha \leq \frac{3\pi}{4}$  یا  $\frac{3\pi}{2} < \alpha \leq \frac{7\pi}{4}$

تفاضل طول نقاط ماکزیمم و مینیمم متوالی برابر با نصف دوره تناوب است.

$\frac{T}{2} = 3 \Rightarrow T = 6 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{3} \xrightarrow{b > 0} b = \frac{\pi}{3}$

$\left. \begin{matrix} max f = |a| + c = 2 \\ min f = -|a| + c = -4 \end{matrix} \right\} \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \rightarrow |a| = 3 \xrightarrow{a > 0} a = 3$

$f(x) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{3}x\right) - 1$

$\cos x(2 \cos x - 9) = 5 \rightarrow 2 \cos^2 x - 9 \cos x - 5 = 0 \xrightarrow{\cos x = A} 2A^2 - 9A - 5 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 81 + 40 = 121$

$$\rightarrow \begin{cases} A = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 + 11}{4} = 5 \rightarrow \cos x = 5 \text{ (امکان ندارد)} \\ A = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 - 11}{4} = -\frac{1}{2} \rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow \cos x = \cos \alpha \rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

۱۳

$$f(x) = x^3 + mx - n$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \text{باقی مانده} = f(1) = 0 \Rightarrow 1 + m - n = 0 \Rightarrow m - n = -1$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \text{باقی مانده} = f(-2) = -3$$

$$\Rightarrow -8 - 2m - n = -3 \Rightarrow 2m + n = -5$$

$$\begin{cases} m - n = -1 \\ 2m + n = -5 \end{cases}$$

$$3m = -6 \Rightarrow m = -2 \Rightarrow -2 - n = -1 \Rightarrow n = -1$$

۱۴

الف

$$1) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$ب) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)} = \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - x)}{(x-1)(x+2)(x + \sqrt{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x + \sqrt{x})} = \frac{1}{(3)(2)} = \frac{1}{6}$$

۱۵

$$الف) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^4 - 2x^2}{-x^3 + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^4}{-x^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x) = -4(-\infty) = +\infty$$

$$ب) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{5x^{10} - 2x + 3}}{\sqrt{x^6 + 2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{5x^{10}}}{\sqrt{x^6}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{5x^2} = \sqrt{5(+\infty)} = +\infty$$

۱۶

الف

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{[\cos 4x]}{\tan x} = \frac{[1^-]}{0^+} = \frac{0}{0^+} = 0$$

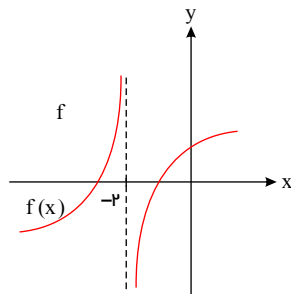
دقت کنید  $\cos 4\pi = 1$  است و در مسائل حدی هر کجا سینوس و کسینوس یک شوند منظور  $1^-$  است و  $\tan \pi = 0$  است و  $\pi^+$  در ناحیه سوم است و در این ناحیه، تانژانت مثبت است یعنی  $\tan \pi^+ = 0^+$  است.

ب

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(x-6)(2x-7)(4x+1)}{17x^3 + 5} \stackrel{\text{توان بیشتر}}{=} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(x)(2x)(4x)}{17x^3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{8x^3}{17x^3} = \frac{8}{17}$$

۱۷

برای مثال تابعی مانند  $f$  مطابق شکل روبرو را در نظر بگیرید.



چون همسایگی محذوف  $-2$  تعریف شده است پس تابع در نقطه  $x = -2$  تعریف نشده است و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = +\infty$$

۱۸

$$m_{AB} = 6 \rightarrow \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = 6 \rightarrow \frac{7 - y_B}{3 - 4} = 6 \rightarrow 7 - y_B = -6 \rightarrow y_B = 13 \rightarrow B \left| \begin{matrix} 4 \\ 13 \end{matrix} \right.$$

۱۹

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2 - f(-1)}{x - (-1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2 + 3}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$$


$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(x^2 - x + 1)}{x + 1} = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$1) x = 2 \rightarrow y = 12 - 4 + 1 = 9 \rightarrow \begin{matrix} 2 \\ 9 \end{matrix}$$

$$2) m_{\text{مماس}} = f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2x + 1 - f(2)}{x - 2}$$

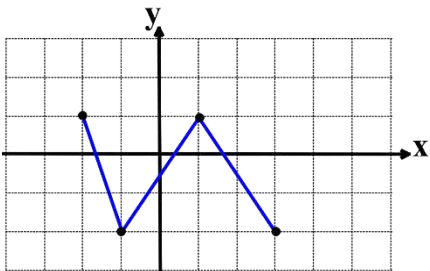
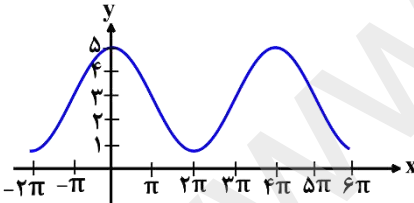
$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2x - 8}{x - 2} = \frac{0}{0} \begin{matrix} \circ & \text{تقسيم بر عامل ابهام} \\ \circ & \text{يعنى } x-2 \end{matrix} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(3x + 4)}{x - 2} = 6 + 4 = 10$$

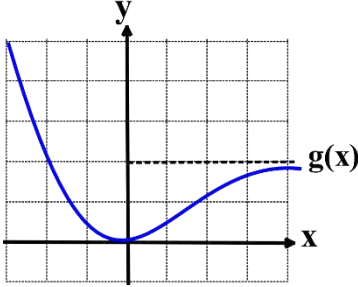
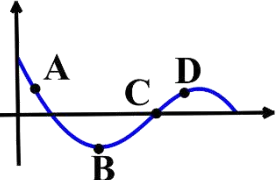
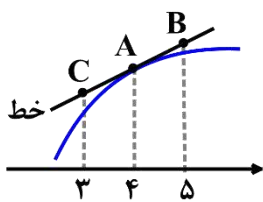
$$3) y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 9 = 10(x - 2) \rightarrow y = 10x - 11$$

	نام درس : ریاضی (۳)	* به نام خدا *	نام : _____
	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۳ اصفهان	نام خانوادگی : _____
	تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۱۰/۱۶	کارشناسی سنجش	نام پدر : _____
	تعداد صفحه : ۳ صفحه	دبیرستان غیردولتی خرد متوسطه دوم	نام کلاس : دوازدهم تجربی
تعداد سوالات : ۱۷ سوال	آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۳ - ۱۴۰۲	نام دبیر : امید نورانی - دکتر زهرا غفارزاد قویدل	

\* دانش، نابود کننده نادانی است. امام علی (ع) \*

ردیف	سوالات	صفحه : ۱	بارم
۱	عبارات درست را با « ✓ » و عبارات نادرست را با « ✗ » مشخص کنید. الف) تابع $y = -x^3 + 2$ در دامنه تعریفش صعودی است. <input type="checkbox"/> ب) دوره‌ی تناوب تابع $y = \tan x$ برابر $2\pi$ است. <input type="checkbox"/>		۰/۵
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. الف) تابع $k(x) = \sqrt[3]{x^2 + 1}$ به صورت ترکیب دو تابع $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = \dots$ است. ب) جواب کلی معادله‌ی $\sin x = -1$ برابر ..... است.		۰/۵
۳	در هر قسمت گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید. الف) باقی مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = 3x^2 + 10x + 8$ بر $x + 2$ کدام است؟ <input type="radio"/> ۱) ۱ <input type="radio"/> ۲) ۵ <input type="radio"/> ۳) -۱ <input type="radio"/> ۴) صفر ب) اگر خط مماس بر منحنی با جهت مثبت محور $x$ ها زاویه‌ی قائمه بسازد، شیب کدام است؟ <input type="radio"/> ۱) $\infty$ <input type="radio"/> ۲) صفر <input type="radio"/> ۳) منفی <input type="radio"/> ۴) مثبت		۰/۵
۴	به سوالات زیر به صورت کوتاه پاسخ دهید. الف) مقدار $\sin 22/5^\circ$ را به دست آورید. ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$ به چه معناست؟		۱
۵	نمودار تابع زیر را رسم کرده و بازه‌هایی را که در آن‌ها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است، مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ 2 & -1 \leq x < 1 \\ x^2 - 1 & x < -1 \end{cases}$		۱/۵
۶	الف) اگر $f = \{(1, -2), (-1, 5), (3, 1), (4, -1)\}$ و $g = \{(1, -2), (5, 4), (-2, 2)\}$ تابع $(g \circ f)^{-1}$ را بیابید. ب) دو تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ را در نظر بگیرید. دامنه‌ی تابع $(f \circ g)(x)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.		۱ ۱
ادامه سوالات در صفحه دوم			

ردیف	نوبت اول - ریاضی (۳)	ادامه سوالات	صفحه : ۲	بارم
۷	با توجه به ضابطه‌ی توابع $f$ و $g$ معادله‌ی مورد نظر را تشکیل داده و آن را حل کنید.	$f(x) = 2x - 5$ , $g(x) = x^2 - 3x + 8$ , $f \circ g(x) = 7$		۱
۸	با استفاده از نمودار $f$ ، نمودار $y = f(\frac{1}{3}x) + 1$ را رسم کنید.			۱
۹	اگر $g(x) = x^2$ و $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ ، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(5)$ را به دست آورید.			۱
۱۰	الف) دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -3 \cos 2\pi x + 1$ را به دست آورید. ب) معادله‌ی مثلثاتی $\cos x(2 \cos x - 9) = 5$ را حل کرده و جواب‌های کلی آن را بنویسید.			۲
۱۱	الف) ضابطه‌ی نمودار زیر را بنویسید. ب) فرض کنید $\frac{12}{13} = \cos \alpha$ و $\alpha$ زاویه‌ای حاده باشد، در این صورت مقدار $\sin 2\alpha$ را بیابید.			۲
۱۲	حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید.	الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x} =$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \frac{3}{x}}{2x^2 - 4x + \frac{1}{x}} =$ پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{1}{1 - \sin x} =$ ت) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2} =$		۲/۵
ادامه سوالات در صفحه سوم				

ردیف	نوبت اول - ریاضی (۳)	ادامه سوالات	صفحه : ۳	بارم										
۱۳	الف) یک همسایگی محذوف و سک همسایگی راست و یک همسایگی چپ برای عدد ۴- بنویسید. ب) با توجه به نمودار هر تابع، طرف دوم تساوی‌ها را بنویسید.	 <p>۱) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \dots\dots</math> ۲) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \dots\dots</math></p>	۱/۷۵											
۱۴	نقاط داده شده روی منحنی را با شیب‌های ارائه شده در جدول نظیر کنید.	 <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>شیب</td> <td>۱</td> <td>۰</td> <td>۱/۳</td> <td>-۲</td> </tr> <tr> <td>نقطه</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	شیب	۱	۰	۱/۳	-۲	نقطه					۱	
شیب	۱	۰	۱/۳	-۲										
نقطه														
۱۶	اگر $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ ، $f'(2)$ را با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید و معادله خط مماس بر منحنی $f$ را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید.			۱										
۱۷	برای تابع $f$ در شکل روبه‌رو داریم $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 24$ با توجه به شکل، مختصات نقاط $A$ ، $B$ و $C$ را بیابید.		۰/۷۵											
جمع	* موفق و پیروز باشید *			۲۰										



نام درس: ریاضی (۳)  
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه  
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۱۶  
تعداد صفحه: ۲ صفحه  
تعداد سوالات: ۱۷ سوال

\* به نام خدا \*

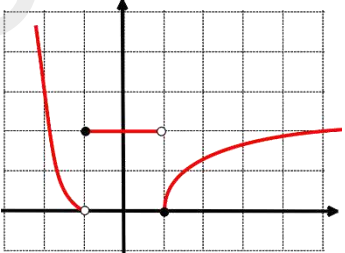
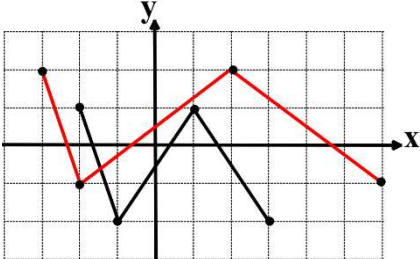
مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۳ اصفهان  
کارشناسی سنجش  
دبیرستان غیردولتی خرد متوسطه دوم  
آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

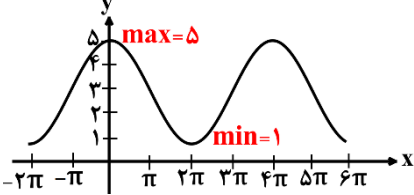
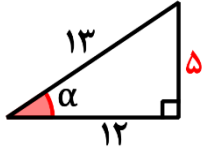
## راهنمای تصحیح

نام کلاس: دوازدهم تجربی

نام دبیر: امید نورانی - دکتر زهرا غفارزاد قویدل

\* دانش، نابود کننده نادانی است. امام علی (ع) \*

ردیف	پاسخنامه	صفحه: ۱	بارم
۱	(الف) نادرست (ب) نادرست		۰/۵
۲	(الف) $x^2$ (ب) $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$		۰/۵
۳	(الف) گزینه ۴ (ب) گزینه ۱		۰/۵
۴	(الف) $\cos 45^\circ = 1 - 2\sin^2 22.5^\circ \rightarrow \sin 22.5^\circ = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$ (ب) $f(x)$ را به هر مقدار دلخواه می توان به $(-2)$ نزدیک کرد به شرطی که $x$ به مقدار کافی بزرگ اختیار شود.		۱
۵	صعودی $x \geq 1$ ثابت $-1 \leq x < 1$ نزولی $x < -1$ 		۱/۵
۶	(الف) $\text{gof} = \{(1, 2), (-1, 4), (3, -2)\} \rightarrow (\text{gof})^{-1} = \{(2, 1), (4, -1), (-2, 3)\}$ (ب) $D_f = [1, +\infty)$ , $D_g = \mathbb{R}$ $D_{\text{fog}} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{\mathbb{R} \mid 2x^2 - 1 \geq 1\} = \{\mathbb{R} \mid x \geq 1 \text{ یا } x \leq -1\} \rightarrow (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$		۱
۷	$f(x) = 2x - 5$ , $g(x) = x^2 - 3x + 8$ , $\text{fog}(x) = 7$ $f(x) = 7 \rightarrow 2x - 5 = 7 \rightarrow x = 6$ $g(x) = 6 \rightarrow x^2 - 3x + 8 = 6 \rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$		۱
۸	 $\begin{array}{c cccc} x & -2 & -1 & 1 & 3 \\ \hline y & 1 & -2 & 1 & -2 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{c cccc} x \times 2 & -4 & -2 & 2 & 6 \\ \hline y+1 & 2 & -1 & 2 & -1 \\ \hline \end{array}$		۱
۹	$f^{-1}(x) = 8x + 24$ $g^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$ $\rightarrow g^{-1} \circ f^{-1}(5) = g^{-1}(f^{-1}(5)) = \sqrt[3]{8(5) + 24} = \sqrt[3]{64} = 4$		۱
ادامه پاسخنامه در صفحه دوم			

بارم	صفحه : ۲	ادامه سوالات	نوبت اول - ریاضی (۳)	ردیف										
۲		$T = \frac{2\pi}{ 2\pi } = 1 \quad \text{Max} =  -3  + 1 = 4, \quad \text{Min} = - -3  + 1 = -2$ $y = 2\cos^2 x - 9\cos x - 5 = 0 \rightarrow \Delta = 81 + 40 = 121$ $\rightarrow \cos x = \frac{9 \pm 11}{4} \rightarrow \begin{cases} \cos x = 5 \\ \cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$	(الف) (ب)	۱۰										
۲		 $c = \frac{5+1}{2} = 3, \quad  a  = \frac{5-1}{2} = 2, \quad T = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow  b  = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$ <p>محور y از اکسترمم رد شده، پس نمودار cos است.</p> $y = 2\cos\left(\frac{x}{2}\right) + 3$  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \rightarrow \sin 2\alpha = 2 \times \frac{5}{13} \times \frac{12}{13} = \frac{120}{169}$	(الف) (ب)	۱۱										
۲/۵		<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x} = \frac{-1}{0^-} = +\infty</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{1}{1 - \sin x} = \frac{1}{0^+} = +\infty</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \frac{3}{x}}{2x^2 - 4x + \frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{2x^2} = \frac{1}{2}</math></p> <p>ت) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{2}{3}</math></p>		۱۲										
۱/۷۵		<p>الف) همسایگی راست : <math>(-4, -3)</math>    همسایگی چپ : <math>(-5, -4)</math>    همسایگی محذوف : <math>(-5, -3) - \{-4\}</math></p> <p>ب)</p> <p>۱) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +5</math>    ۲) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2</math></p>		۱۳										
۱		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>شیب</td> <td>۱</td> <td>۰</td> <td><math>\frac{1}{2}</math></td> <td>-۲</td> </tr> <tr> <td>نقطه</td> <td>C</td> <td>B</td> <td>D</td> <td>A</td> </tr> </table>	شیب	۱	۰	$\frac{1}{2}$	-۲	نقطه	C	B	D	A		۱۴
شیب	۱	۰	$\frac{1}{2}$	-۲										
نقطه	C	B	D	A										
۱		$f'(x) = 6x - 2 \rightarrow m = f'(2) = 10 \rightarrow y = 10x - 1$		۱۶										
۰/۷۵		$f'(4) = m_{AB} \rightarrow 1/5 = \frac{y_B - 24}{1} \rightarrow y_B = 25/5$ $\frac{y_C - 24}{-1} = 1/5 \rightarrow y_C = 22/5$ $A \left  \begin{matrix} 4 \\ 24 \end{matrix} \right., \quad B \left  \begin{matrix} 5 \\ 25/5 \end{matrix} \right., \quad C \left  \begin{matrix} 3 \\ 22/5 \end{matrix} \right.$		۱۷										
۲۰		* خسته نباشید *		جمع										



