۱

الف) $\lim\limits_{x\to ۲} \dfrac{f(x)-f(۲)}{x-۲} = f'(۲) = \dfrac{۴}{۲} = ۲$

ب) $m_A > m_B$

۲ نادرست

۳

$$f'(۱)=\lim_{x\to ۱}\frac{x^۲-۳x+۲}{x-۱}=\lim_{x\to ۱}\frac{(x-۱)(x-۲)}{x-۱}=-۱$$

۴

$$m=\lim_{x\to ۱}\frac{f(x)-f(۱)}{x-۱} \ (۰/۲۵) =$$

$$\lim_{x\to ۱}\frac{x^۲+۲x-۳}{x-۱} \ (۰/۲۵) = \lim_{x\to ۱}\frac{(x-۱)(x+۳)}{(x-۱)} \ (۰/۲۵) = ۴ \ (۰/۲۵)$$

$$y-۶=۴(x-۱) \Rightarrow (۰/۵)\ y=۴x+۲$$

۵ مسائل صفحه ۱۷۴

$$\left.\begin{array}{l} y'=۳x^۲-۲ \\ y=x \to m=۱ \end{array}\right\} \xrightarrow{(۰/۵)} ۳x^۲-۲=۱ \Rightarrow x^۲=۱ \xrightarrow{(۰/۲۵)} \begin{cases} x=۱ \to y=-۷(۰/۲۵) \\ x=-۱ \to y=-۵(۰/۲۵) \end{cases}$$

۶

$$y'=۳\times\frac{۱}{۲}\left(\frac{x}{۲}\right)^۲ \to m=\frac{۳}{۲}\times۱=\frac{۳}{۲} \to m'=\frac{-۲}{۳} \qquad x=۲ \to y=\left(\frac{۲}{۲}\right)^۳-۱=۰$$

$$y-y_۱=m'(x-x_۱) \to y-۰=\frac{-۲}{۳(x-۲)} \to ۳y=-۲x+۴$$

۷

$$f'(۲۷)=\lim_{x\to ۲۷}\frac{\sqrt[۳]{x}-۳}{x-۲۷}=\lim_{x\to ۲۷}\frac{x-۲۷}{(x-۲۷)(\sqrt[۳]{x^۲}+۳\sqrt[۳]{x}+۹)}=\frac{۱}{۲۷}$$

۸

تقاطع : $\dfrac{x^۲+۱}{x^۲+x+۱}=x^۲+۱ \Rightarrow x^۲+x+۱=۱ \Rightarrow \begin{cases} x=۰ \\ x=-۱ \end{cases}$

نقاط : $A(۰,۱), B(-۱,۲)$

$$\begin{cases} y=\dfrac{x^۲+۱}{x^۲+x+۱} \Rightarrow y'=\dfrac{x^۲-۱}{(x^۲+x+۱)^۲} \Rightarrow \begin{cases} A|_{۱}^{۰} \Rightarrow f'(۰)=-۱ \Rightarrow y=-x+۱ \\ B|_{۲}^{-۱} \Rightarrow f'(-۱)=۰ \Rightarrow y=۲ \end{cases} \\ \\ y=x^۲+۱ \Rightarrow y'=۲x \Rightarrow \begin{cases} A|_{۱}^{۰} \Rightarrow f'(۰)=۰ \Rightarrow y=۱ \\ B|_{۲}^{-۱} \Rightarrow f'(-۱)=۰ \Rightarrow y=-۲x \end{cases} \end{cases}$$

۹ الف) A   ب) C

۱۰

$$A(۴,۲۵) \Rightarrow ۱/۵ = \frac{y_B - ۲۵}{۵ - ۴}$$

$$B(۵,۲۶/۵), C(۳,۲۳/۵)$$

۱۱

$$y - ۳ = ۱(x - ۲) \Rightarrow y = x + ۱$$

$$f'(۲) = \frac{۳ - ۱}{۲ - ۰} = ۱$$

۱۲ نمودار (ب) (۰/۲۵). سهمی نمودار داده شده ماکزیمم دارد. پس ضریب $x^۲$ منفی است. (۰/۲۵) لذا در مشتق تابع ضریب x منفی خواهد بود. در نتیجه نمودار مشتق، خطی با شیب منفی است. (۰/۲۵)

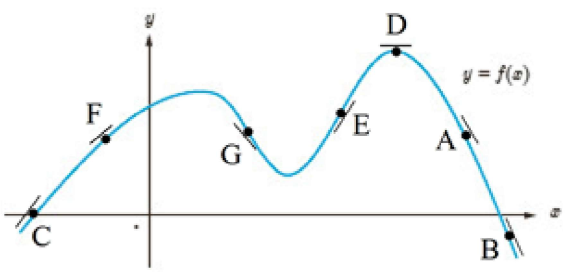
۱۳

$$f'(b) > ۰ \,,\, f'(a) < ۰ \,,\, f'(d) > ۰ \,,\, f'(c) = ۰$$

۱۴

x	a	b	c	d
f'(x)	-۰/۵	۰/۵	۲	۰

۱۵



پ) $f(x) = ۰, f'(x) > ۰$

ت) $f'(x) = ۰$

ث) $f'(x_۱) = f'(x_۲)$

ج) $f(x) > ۰, f'(x) < ۰$

۱۶

$$f'(۲) = \lim_{x\to ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = \lim_{x\to +۲} \frac{x^۳ - ۸}{x - ۲} = \lim_{x\to +۲} (x^۲ + ۲x + ۴) = ۴ + ۴ + ۴ = ۱۲$$

۱۷

$$y' = \frac{۱}{(x+۱)^۲} \ (۰/۲۵) \Rightarrow \frac{۱}{(x+۱)^۲} \overset{(۰/۲۵)}{=} \frac{۱}{۴} \Rightarrow x = ۱ \,,\, x = -۳ \ (۰/۵) \Rightarrow \left(۱,\frac{۱}{۲}\right), \left(-۳,\frac{۳}{۲}\right) \ (۰/۵)$$

۱۸

$$A(۴,۸) \,,\, m(\text{مماس}) = ۱/۵$$

$$y = \frac{۳}{۲}x + b \Rightarrow ۸ = \frac{۳}{۲}(۴) + b \Rightarrow b = ۲$$

$$y = \frac{۳}{۲}x + ۲ \Rightarrow B(۰,۲)$$

۱۹

$$x = ۲ \Rightarrow y = f(۲) = -۲^{۲} + ۱۰ = -۴ + ۱۰ = ۶ \Rightarrow A(۲, ۶)$$

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \Rightarrow f'(۲) = \lim_{x \to ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} \Rightarrow f'(۲) = \lim_{x \to ۲} \frac{(-x^{۲} + ۱۰) - ۶}{x - ۲}$$

$$= \lim_{x \to ۲} \frac{-x^{۲} + ۴}{x - ۲} = \lim_{x \to ۲} \frac{-(x^{۲} - ۴)}{x - ۲} = \lim_{x \to ۲} \frac{\cancel{(x - ۲)}\,(x + ۲)}{\cancel{(x - ۲)}} = -(۲ + ۲) = -۴$$

۲۰

$$f(-۱) = -۳$$

$$f'(-۱) = \lim_{x \to -۱} \frac{f(x) - f(-۱)}{x + ۱} = \lim_{x \to -۱} \frac{x^{۲} - ۲ + ۳}{x + ۱} = \lim_{x \to -۱} \frac{x^{۳} + ۱}{x + ۱} = \lim_{x \to -۱} \frac{(x + ۱)(x^{۲} - x + ۱)}{x + ۱}$$

$$= \lim_{x \to -۱} (x^{۲} - x + ۱) = ۳$$