۱ $۱ - ۲\,\mathrm{Sin}^{۲}x - ۳\,\mathrm{Sin}\,x + ۴ = ۰ \Rightarrow -۲\,\mathrm{Sin}^{۲}x - ۳\,\mathrm{Sin}\,x + ۵ = ۰$

$$\Rightarrow \begin{cases} \mathrm{Sin}\,x = -\frac{۵}{۲} \quad \text{غ ق ق} \\ \mathrm{Sin}\,x = ۱ \Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \end{cases}$$

۲ الف) $\mathrm{Sin}\,\frac{\pi}{۲} = \mathrm{Sin}\,۳x \Rightarrow ۳x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۶}$

ب) $\mathrm{Cos}\,۲x - \mathrm{Cos}\,x + ۱ = ۰ \Rightarrow ۲\,\mathrm{Cos}^{۲}x - ۱ - \mathrm{Cos}\,x + ۱ = ۰ \Rightarrow ۲\,\mathrm{Cos}^{۲}x - \mathrm{Cos}\,x = ۰$

$$\Rightarrow \mathrm{Cos}\,x(۲\,\mathrm{Cos}\,x - ۱) = ۰ \begin{cases} \mathrm{Cos}\,x = ۰ \\ \mathrm{Cos}\,x = \frac{۱}{۲} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \\ x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳} \end{cases}$$

پ) $\mathrm{Cos}\,x = \mathrm{Cos}\,۲x \Rightarrow x = ۲k\pi \pm ۲x \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + ۲x \Rightarrow x = -۲k\pi \\ x = ۲k\pi - ۲x \Rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳} \end{cases}$

ت) $\mathrm{Cos}\,۲x - ۳\,\mathrm{Sin}\,x + ۱ = ۰ \Rightarrow ۱ - ۲\,\mathrm{Sin}^{۲}x - ۳\,\mathrm{Sin}\,x + ۱ = ۰ \Rightarrow -۲\,\mathrm{Sin}^{۲}x - ۳\,\mathrm{Sin}\,x + ۲ = ۰$

$$\Rightarrow \begin{cases} \mathrm{Sin}\,x = -۲ \quad \text{غ ق ق} \\ \mathrm{Sin}\,x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} \end{cases} \end{cases}$$

ث) $\mathrm{Cos}^{۲}x - \mathrm{Sin}\,x = \frac{۱}{۴} \Rightarrow ۱ - \mathrm{Sin}^{۲}x - \mathrm{Sin}\,x = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \mathrm{Sin}^{۲}x + \mathrm{Sin}\,x - \frac{۳}{۴} = ۰$

$$\Rightarrow \begin{cases} \mathrm{Sin}\,x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} \end{cases} \\ \mathrm{Sin}\,x = -\frac{۳}{۲} \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

ج) $\mathrm{Sin}\,x - \mathrm{Cos}\,۲x = ۰ \Rightarrow \mathrm{Sin}\,x + ۲\,\mathrm{Sin}^{۲}x - ۱ = ۰ \Rightarrow (\mathrm{Sin}\,x + ۱)(۲\,\mathrm{Sin}\,x - ۱) = ۰$

$$\begin{cases} \mathrm{Sin}\,x = -۱ \\ \mathrm{Sin}\,x = \frac{۱}{۲} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{۳\pi}{۲} \\ x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} \end{cases}$$

چ) $\mathrm{tg}\,(۲x - ۱) = ۰ \Rightarrow ۲x - ۱ = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi + ۱}{۲}$

ح) $\mathrm{tg}\,۳x = \mathrm{tg}\,\pi x \Rightarrow ۳x = k\pi + \pi x \Rightarrow (۳ - \pi)x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۳ - \pi}$

۳ $\mathrm{Sin}\,x(۲\,\mathrm{Sin}\,x - ۱) = ۰ \Rightarrow \mathrm{Sin}\,x = ۰ \Rightarrow x = k\pi$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = ۰, \pi, ۲\pi$ (۰/۲۵)

$\mathrm{Sin}\,x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲k\pi + \frac{\pi}{۶}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{\pi}{۶}$ (۰/۲۵)$, x = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{۵\pi}{۶}$ (۰/۲۵)

۴ $۲\,\mathrm{Sin}\,x\,\mathrm{Cos}\,x - \sqrt{۳}\,\mathrm{Cos}\,x = ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \mathrm{Cos}\,x = ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۲}$ (۰/۲۵)

$\mathrm{Sin}\,x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۳}$ (۰/۲۵)$, x = ۲k\pi + \frac{۲\pi}{۳}$ (۰/۲۵)

۵ $۲(۱-\cos^{۲}x)+۹\cos x+۳=۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۲\cos^{۲}x-۹\cos x-۵=۰ \Rightarrow \cos x=۵$ غ ق ق (۰/۵)

$\cos x=-\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} x=۲k\pi+\frac{۲\pi}{۳} & (۰/۲۵) \\ x=۲k\pi-\frac{۲\pi}{۳} & (۰/۲۵) \end{cases}$

۶ $\sqrt{۲}\sin\left(x-\frac{\pi}{۴}\right)=۱$ (۰/۲۵) $\rightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{۴}\right)=\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ (۰/۲۵)

$\rightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{۴}\right)=\sin\frac{\pi}{۴}$ (۰/۲۵) $\begin{cases} x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲} & (۰/۲۵) \\ x=۲k\pi+\pi & (۰/۲۵) \end{cases}$

۷ $\tg x+\frac{۱}{\tg x}=۲ \rightarrow \tg^{۲}x+۱=۲\tg x \rightarrow \tg^{۲}x-۲\tg x+۱=(\tg x-۱)^{۲}=۰ \rightarrow \tg x=۱$

$\rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۴} \rightarrow$ جواب خاص $=\left\{\frac{\pi}{۴},\frac{۵\pi}{۴}\right\}$

۸ $۲\sin x-\frac{\sin x}{\cos x}=۰ \Rightarrow \frac{۲\sin x\cos x-\sin x}{\cos x}=۰$

$\Rightarrow \sin x(۲\cos x-۱)=۰ \begin{cases} \sin x=۰ \Rightarrow x=k\pi \\ \cos x=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x=۲k\pi+\frac{\pi}{۳} \\ x=۲k\pi-\frac{\pi}{۳} \end{cases} \end{cases}$

جواب‌های خاص $=\left\{۰,\pi,۲\pi,\frac{\pi}{۳},\frac{۵\pi}{۳}\right\}$

۹ $\sin x=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \sin x=\sin\frac{\pi}{۶} \Rightarrow \begin{cases} x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶} \\ x=۲k\pi+\frac{۵\pi}{۶} \end{cases} (k\in Z)$

۱۰ $۲\times\left(\sin x\cos x=\frac{\sqrt{۴}}{۴}\right) \Rightarrow \sin ۲x=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \sin ۲x=\sin\frac{\pi}{۴}$

$۲x=۲k\pi+\frac{\pi}{۴} \Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۸}, ۲x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۴} \Rightarrow x=k\pi+\frac{۳\pi}{۸}$

۱۱ $(\cos x-۱)(۲\cos x-۱)=۰$ (۰/۲۵)

$\cos x=۱ \Rightarrow x=۲k\pi$ و(۰/۵) $\cos x=\frac{۱}{۲} \Rightarrow x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳}$ (۰/۵)

۱۲ $\tan x\tan ۲x=۱ \Rightarrow \tan ۲x=\frac{۱}{\tan x}=\cot x \Rightarrow \tan ۲x=\tan\left(\frac{\pi}{۲}-x\right)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$۲x=k\pi+\frac{\pi}{۲}-x \Rightarrow ۳x=k\pi+\frac{\pi}{۲} \Rightarrow x=\frac{k\pi}{۳}+\frac{\pi}{۶}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

۱۳ $۴(۱-\text{Sin}^{۲}x)-۴\,\text{Sin}\,x=۱\Rightarrow ۴\,\text{Sin}^{۲}x+۴\,\text{Sin}\,x-۳=۰\Rightarrow \text{Sin}\,x=\frac{-۴\pm\sqrt{۶۴}}{۸}$

$\text{Sin}\,x=\frac{-۱۲}{۸}$ غ ق ق

$\text{Sin}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶}\\ x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۶}=۲k\pi+\frac{۵\pi}{۶}\end{cases}$

جواب خاص $=\left\{\frac{\pi}{۶},\frac{۵\pi}{۶}\right\}$

۱۴ $۲\,\text{Sin}^{۲}x+\text{Sin}\,x-۱=۰\Rightarrow\begin{cases}\text{Sin}\,x=-۱\Rightarrow x=۲k\pi-\frac{\pi}{۲}\\ \text{Sin}\,x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶}\\ x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۶}\end{cases}\end{cases}$

۱۵ $\text{Cos}\,x(۲\,\text{Sin}\,x+۳)=۰\Rightarrow\begin{cases}\text{Cos}\,x=۰\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۲},\ k\in Z\\ \text{Sin}\,x=\frac{-۳}{۲}\end{cases}$

$\text{Sin}\,x=\frac{-۳}{۲}$ قابل قبول نیست

۱۶ $\tan x=\tan ۲x\Rightarrow ۲x=k\pi+x\Rightarrow x=k\pi$

(۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵)

۱۷ $۲\,\text{Sin}\,x\,\text{Cos}\,x-\sqrt{۳}\,\text{Cos}\,x=۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$

$\text{Cos}\,x(۲\,\text{Sin}\,x-\sqrt{۳})=۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow\begin{cases}\text{Cos}\,x=۰\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۲}$ (۰/۲۵)\\ \text{Sin}\,x=\sqrt{\frac{۳}{۲}}\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{\pi}{۳}$ (۰/۲۵)\\ x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۳}$ (۰/۲۵)\end{cases}\end{cases}$

۱۸ $\text{Sin}\,x(\,\text{Sin}^{۲}x-۱)=۰\Rightarrow\begin{cases}\text{Sin}\,x=۰\Rightarrow x=k\pi\\ \text{Sin}\,x=۱\Rightarrow x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۲}\\ \text{Sin}\,x=-۱\Rightarrow x=۲k\pi-\frac{\pi}{۲}\end{cases}$

جواب خاص $=\left\{۰,\frac{\pi}{۲},\pi,\frac{۳\pi}{۲},۲\pi\right\}$

۱۹ $\text{Sin}\,x+\text{Sin}\,۲x=۰\Rightarrow \text{Sin}\,x+۲\,\text{Sin}\,x\,\text{Cos}\,x=۰\Rightarrow \text{Sin}\,x(۱+۲\,\text{Cos}\,x)=۰$

$\Rightarrow\begin{cases}\text{Sin}\,x=۰\Rightarrow x=k\pi\\ \text{Cos}\,x=\frac{-۱}{۲}=\text{Cos}\left(\frac{۲\pi}{۳}\right)\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{۲\pi}{۳}\\ x=۲k\pi-\frac{۲\pi}{۳}\end{cases}\end{cases}$

جواب‌های خاص $=\left\{۰,\pi,۲\pi,\frac{۲\pi}{۳},\frac{۴\pi}{۳}\right\}$

۲۰

$$\text{Sin}\, x = \frac{-\sqrt{۲}}{۲} = \text{Sin}\left(-\frac{\pi}{۴}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۴} \\ x = ۲k\pi + \pi - \left(-\frac{\pi}{۴}\right) = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۴} \end{cases}$$

جواب خاص $= \left\{\frac{۷\pi}{۴}, \frac{۵\pi}{۴}\right\}$