

$$2T = \frac{2\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi \Rightarrow T = 2\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow b = \pm 1$$

$$c = \frac{4 + (-2)}{2} = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} |a| = \frac{4 - (-2)}{2} = 3 \\ x = 0 \text{ در } \Rightarrow a < 0 \\ \text{مینیمم دارد} \end{array} \right\} \Rightarrow a = -3$$

این یک تابع Sin با ضریب منفی است و مینیمم آن -4 و با توجه به شکل ماکزیمم باید 6 باشد یعنی 5 واحد بالاتر از یک و یک چهارم تناوب π است در نتیجه تناوب 4π است.

$$y_{\max} = |a| + c = 6$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -4$$

$$\Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow |a| = 5 \Rightarrow a = -5$$

$$T = \frac{2\pi}{b} = 4\pi \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$y = -5 \sin\left(\frac{x}{2}\right) + 1$$

ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب
$y = -5 \sin\left(\frac{x}{2}\right) + 1$	6	-4	4π

$$\frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2 \begin{cases} |a| + c = 6 \\ -|a| + c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |a| = 4 \\ c = 2 \end{cases}$$

هریک از توابع $y = 4 \sin(x) + 2$ یا $y = -4 \sin(x) + 2$ یا $y = 4 \sin(-2x) + 2$ یا $y = -4 \sin(-2x) + 2$ صحیح است هر مورد نوشته شود مورد قبول است.

$$\begin{cases} \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin^2 \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \end{cases}$$

$$f(x) = 2 \cos x \sin x (\cos^2 x - \sin^2 x) + 1 \Rightarrow f(x) = 2 \left(\frac{1}{2} \sin 2x\right) \cos^2 x + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2}{2} \underbrace{\sin 2x \cos^2 x + 1}_{\frac{1}{2} \sin 4x} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{4} \sin(4x) + 1$$

$$T = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow T = \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} y_{\max} = \frac{2}{4}(1) + 1 = \frac{3}{2} \\ y_{\min} = \frac{2}{4}(-1) + 1 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

	•	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\text{Sin } \alpha$	•	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\text{tg } \alpha$	•	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$

(الف) ۵

در ربع اول $\text{Sin } \alpha$ و $\text{tg } \alpha$ هر دو صعودی هستند.

	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\text{Sin } \alpha$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\text{tg } \alpha$	$+\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

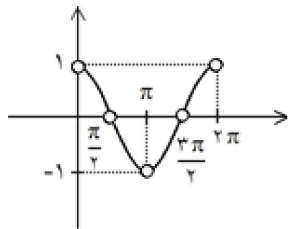
(ب)

در ربع چهارم نیز $\text{Sin } \alpha$ و $\text{tg } \alpha$ هر دو صعودی هستند.

$$y = \delta - \text{tg}(\pi x) \Rightarrow \pi x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\div(\pi)} x \neq k + \frac{1}{2}$$

۶

$$D = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq k + \frac{1}{2} \right\}$$



$$\text{tg } x \times \text{Cotg } x = 1 \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$$

$$y = \text{Cos } x$$

۷

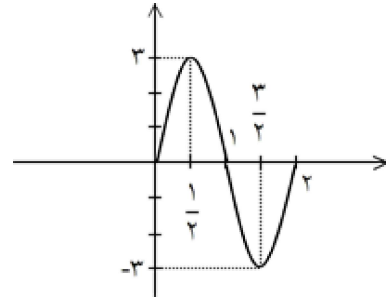
نمودار تابع $y = 3 \sin \pi x$ را به روش انتقال رسم می‌کنیم پس:

۸

$$\text{Max} \left| \frac{1}{3}, \text{Min} \right| \frac{2}{-3}$$

$$\sqrt{\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right)^2 + (-3 - 3)^2} = \sqrt{37}$$

بنابراین فاصله‌ی این ۲ نقطه برابر است با:



$$|b| = \frac{2\pi}{3} = \pi \Rightarrow b = \pm\pi \Rightarrow y = \pm 4 \sin(\pm\pi x)$$

$$|a| = \frac{4 - (-4)}{2} = 4 \Rightarrow a = \pm 4$$

$$c = \frac{4 + (-4)}{2} = 0$$

۹

$$\frac{2\pi}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = \pi \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 4 \\ -|a| + c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} |a| = 3 \\ c = 1 \end{matrix}$$

۱۰

هریک از توابع $y = -3 \cos(\pi x) + 1$ یا $y = 3 \cos(\pi x) + 1$ یا $y = 3 \cos(-\pi x) + 1$ یا $y = -3 \cos(-\pi x) + 1$ نوشته شود مورد قبول است.

$$y_{\max} = |a| + c = 4$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -2$$

$$\Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow b = 4$$

$$y = a \sin(bx) + c \Rightarrow y = 3 \sin(4x) + 1$$

۱۱

الف) $y = 3 \sin 2x$

ب) $y = -6 \sin \frac{2\pi}{3} x + 3$

پ) $y = -3 \sin \frac{1}{2} x - 4$

ت) $y = \cos 4x$

۱۲

الف) $T = \frac{2\pi}{4}$ ماکزیمم : ۳ مینیمم : -۱

ب) $T = 4$ ماکزیمم : $\sqrt{3} + 1$ مینیمم : $\sqrt{3} - 1$

پ) $T = 4\pi$ ماکزیمم : $\pi - 2$ مینیمم : $-\pi - 2$

ت) $T = \frac{2\pi}{3}$ ماکزیمم : $\frac{3}{4}$ مینیمم : $-\frac{3}{4}$

۱۳

اولین نقطه‌ی ماکزیمم تابع فوق زمانی است که $x = \frac{\pi}{4}$ باشد. پس: ۱۴

$$2x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} \Rightarrow \text{Max} \left| \frac{\pi}{8} \right|$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 3\pi \begin{cases} b = 3\pi \\ b = -3\pi \end{cases}$$
۱۵

با توجه به این‌که نمودار شبیه قرینه‌ی $y = \sin x$ است که نسبت به محور x ها رسم شده است. پس باید $b < 0$ باشد پس $b = -3\pi$ قابل قبول است.

با توجه به نمودار ضابطه به صورت $y = a \sin bx + c$, $a = -\frac{1}{3}$, $b = 3$ می‌شود. ۱۶

$$\max y = \frac{1}{3}, \min y = -\frac{1}{3}, T = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow y = -\frac{1}{3} \sin 3x$$

$$\begin{cases} |a| + c = 5 \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow c = 2, a = \pm 3$$
۱۷

$$3\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3} \Rightarrow y = 3 \sin \frac{x}{3} + 2, y = -3 \sin \left(-\frac{x}{3} \right) + 2$$

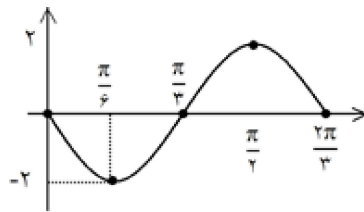
(پ) درست

(ب) نادرست

(الف) نادرست ۱۸

$$-1 \leq \sin 3x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq -2 \sin 3x \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} \max = 2 \\ \min = -2 \end{cases}$$
۱۹

نمودار تابع را در یک دوره‌ی تناوب یعنی $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$ رسم می‌کنیم.



دوره تناوب $T = \frac{2\pi}{3}$

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c = \pi + 1 \\ \min &= -|a| + c = -\pi + 1 \end{aligned} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi$$
۲۰