



زمان آزمون :

پایه تحصیلی :

تاریخ برگزاری ۱۴۰۲/۰۲/۰۸

نام دبیر :

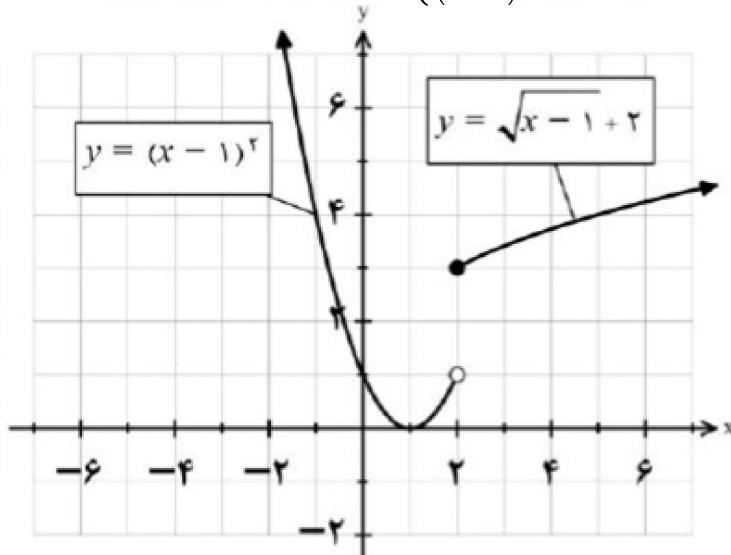
۱ اگر  $f(x) = |x^2 - 4|$  ب. به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری  $f$  را در نقاط به طول های ۲ و -۲ بررسی کنید.

۲ نشان دهید نقطه‌ای به طول  $x = -1$ ، نقطه گوشه‌ای برای تابع  $f(x) = |x^2 + x|$  می‌باشد.

۳ دامنهٔ مشتق پذیری تابع  $f(x) = \sqrt{x-2}$  را بدست آورید.

۴ مشتق پذیری تابع  $f(x) = x|x|$  و مشتق دوم آن را در نقطهٔ  $x = 0$  بررسی کنید.

۵ نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} + 2 & x \geq 2 \\ (x-1)^2 & x < 2 \end{cases}$  به صورت مقابل است:



الف) آیا تابع  $f$  در نقطه  $x = 2$  مشتق پذیر است؟

ب) آیا تابع در بازه  $(-\infty, 2)$  مشتق پذیر است؟ چرا؟

پ) مشتق راست تابع  $f$  در نقطه  $x = 2$  را به دست آورید.

۶ اگر  $f(x) = |(a-1)x^2 + 4x + 1|$  فقط در یک نقطه مشتق‌ناپذیر باشد، مقدار  $a$  و نقطه‌ای که در آن مشتق‌ناپذیر است را حساب کنید.

۷ اگر  $f(x) = |x^2 + kx + 1|$  در دو نقطه مشتق‌ناپذیر باشد، حدود  $k$  را حساب کنید.

۸ اگر  $f(x) = |x^2 + mx + 4|$  در  $\mathbb{R}$  مشتق‌پذیر باشد حدود  $m$  را حساب کنید.

مشتق‌پذیری تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$  بررسی کنید. ۹

اگر  $x = 1$  در  $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x < 1 \\ x^2 + 3x + 1 & x \geq 1 \end{cases}$  مشتق‌پذیر باشد، مقدار  $a$  را محاسبه کنید. ۱۰

مشتق‌پذیری تابع  $f(x) = |2x - 4|$  بررسی کنید. ۱۱

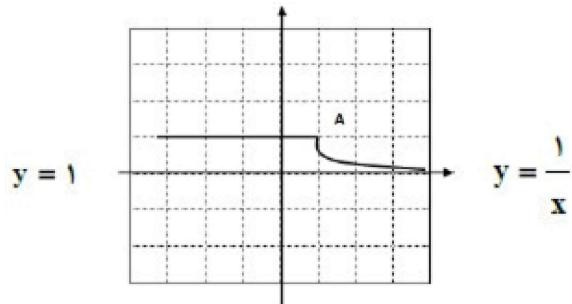
در تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < -1 \\ x + 2 & x \geq -1 \end{cases}$  نشان دهید  $f'(+)_{-}(-1)$  موجودند، ولی  $f'(-1)$  موجود نیست. ۱۲

اگر  $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x$ ، مقادیر زیر را حساب کنید.  
 (الف)  $f''\left(\frac{\pi}{2}\right)$   
 (ب)  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$  ۱۳

دو تابع مختلف  $f$  و  $g$  مثال بزنید که هر دو در  $x = 2$  پیوسته باشند ولی در این نقطه مشتق‌پذیر نباشند. ۱۴

معادله نیم‌ماس‌های چپ و راست بر منحنی تابع  $f(x) = |x^2 - 9|$  در نقطه به طول ۳ واقع بر آن را بنویسید. ۱۵

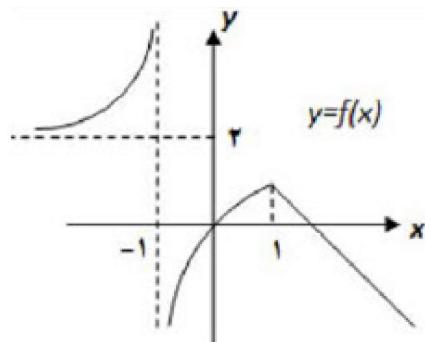
با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ تابع رسم شده زیر، مشتق‌پذیری تابع را در نقطه  $A(1, 1)$  بررسی کنید. ۱۶



با توجه به نمودار  $y = f(x)$ .  
 (الف) حدود خواسته شده را بنویسید. ۱۷

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) \end{cases}$$

(ب) تابع  $y = f(x)$  در کدام نقطه یا نقاط مشخص شده، مشتق‌پذیر نیست؟



تابع  $f(x) = \begin{cases} x^x & x \geq 0 \\ 2x + 1 & x < 0 \end{cases}$  داده شده است: ۱۸

الف) نشان دهید که  $(f')'$  وجود ندارد.

ب) ضابطه‌ی تابع مشتق را بنویسید.

پ) نمودار تابع  $f'$  را رسم کنید.

قضیه: ثابت کنید اگر تابع  $f$  در  $x = \alpha$  مشتق‌پذیر باشد آن‌گاه تابع  $f$  در  $x = \alpha$  پیوسته است. ۱۹

$$f(x) = \begin{cases} x^x + 2x : x \geq 1 \\ 2x : -1 \leq x < 1 \\ x + 1 : x < -1 \end{cases} \quad ۲۰$$

نمودار  
مشتق را تعیین کنید.