



عنوان آزمون : تابع درجه سه، توابع یکنوا و

بخش پذیری و تقسیم درس دوم فصل اول حسابان

تاریخ برگزاری ۱۴۰۲/۰۲/۰۸

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

۱ نشان دهید f تابعی صعودی اکید یا نزولی اکید است و بنابراین یک‌به‌یک، f^{-1} را بیابید و نمودارهای f و f^{-1} را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

$$f(x) = (x + 1)^3$$

۲ اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x + 1$ و $x - 1$ به ترتیب ۱ و ۲ باشد باقی‌مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 1$ را حساب کنید.

۳ عبارت $\frac{x^5 + 1}{x + 1}$ را ساده کنید.

۴ با رسم نمودار $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & -2 \leq x < -1 \\ -x - 1 & -1 \leq x < 1 \\ x^2 - 1 & 1 \leq x \end{cases}$ تعیین کنید، تابع در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی می‌باشد.

۵ ابتدا تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 10$ را به صورت $f(x) = (x + a)^3 + b$ بنویسید و سپس دامنه $g(x) = \sqrt{bx + a}$ را حساب کنید.

۶ به روش هندسی تعداد جواب معادله‌ی $x^3 - 3x^2 + 3x = \sqrt{x - 1} + 1$ را حساب کنید.

۷ الف) فرض کنید تابع f در یک بازه اکیداً نزولی باشد و a و b متعلق به این بازه باشند. اگر $f(a) \leq f(b)$ نشان دهید که $a \geq b$

ب) اگر $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} \leq \frac{1}{64}$ ، حدود x را به دست آورید.

۸ هریک از چندجمله‌ای‌های زیر را برحسب عامل‌های خواسته شده تجزیه کنید.

الف) $x^6 - 1$ با عامل $x - 1$

ب) $x^6 - 1$ با عامل $x + 1$

پ) $x^5 + 32$ با عامل $x + 2$

۹ اگر تابع $f = \{(1, 1), (3, 6), (\sqrt{2}, m^2 - 2), (10, 20)\}$ باشد و f تابعی اکیداً صعودی باشد حدود m را بیابید.

۱۰ اگر تابع $f(x) = x^2 - mx + 3$ در بازه‌ی $[1, +\infty)$ اکیداً صعودی باشد حدود m را بیابید.

۱۱) حدود m را چنان بیابید که نمودار تابع نمایی $f(x) = \left(\frac{3m-1}{m}\right)^x$ نزولی باشد.

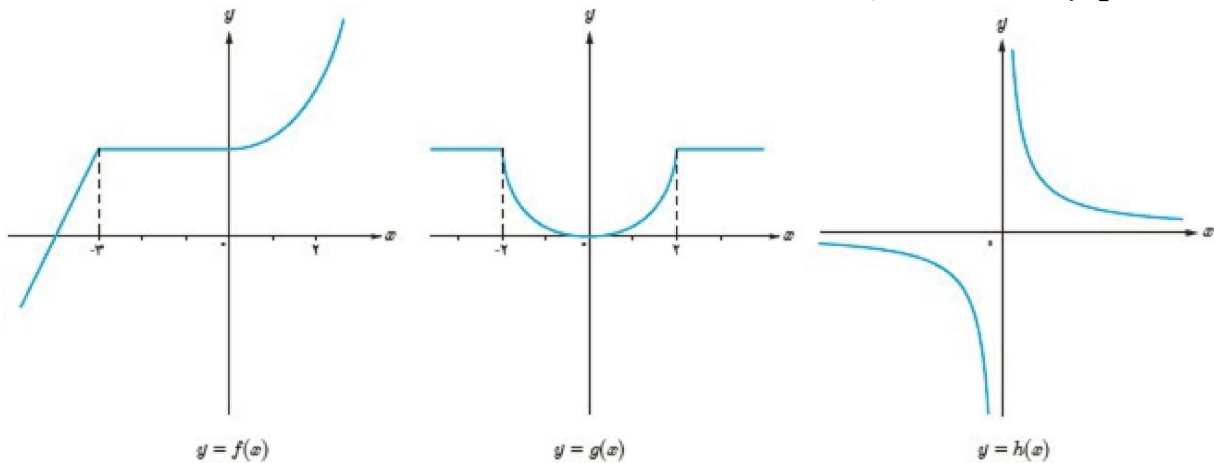
۱۲) اگر $f(x) = (x^2 - 6x^2 + 12x)^2 - 5$ باشد: $f(\sqrt[3]{6} + 2) = ?$

۱۳) در چند جمله ای $p(x) = x^2 + ax^2 + x + b$ مقدار a و b را چنان بیابید که باقی مانده تقسیم آن بر $x - 1$ برابر 4 بوده و بر $x + 2$ بخش پذیر باشد.

۱۴) a را چنان بیابید که یک جواب معادله $x^3 - 2x^2 + ax + 2 = 0$ برابر 2 باشد، سپس جواب های دیگر معادله را به دست آورید.

۱۵) الف) آیا تابعی وجود دارد که در یک فاصله، هم صعودی و هم نزولی باشد؟
ب) نمودار تابعی را رسم کنید که در هر یک از بازه های $(-\infty, 0)$ و $(0, +\infty)$ اکیداً صعودی باشد ولی در R اکیداً صعودی نباشد.

۱۶) نمودار توابع f ، g و h در زیر رسم شده اند.



الف) تابع f در چه فاصله هایی اکیداً صعودی و در چه فاصله هایی صعودی است؟
ب) تابع g در چه فاصله هایی اکیداً نزولی و در چه فاصله هایی نزولی است؟
پ) تابع h در چه فاصله هایی اکیداً نزولی است؟

۱۷) با رسم نمودار یکنوایی تابع را بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 2 \\ 2 & -1 < x < 2 \\ x + 1 & x \leq -1 \end{cases}$$

۱۸) نشان دهید که منحنی تابع چندجمله ای $f(x) = 4x^3 - 13x - 6$ محور x ها را در نقطه ای به طول $x = 2$ قطع می کند. نقاط دیگر تقاطع این منحنی با محور x ها را حساب کنید.

۱۹) باقیمانده تقسیم عبارت های $p(x) = x^2 + ax + 1$ و $q(x) = 2x^2 - x + 1$ بر $(x + 2)$ یکسان می باشد. مقدار a را بیابید.

۲۰) اگر f یک تابع اکیداً نزولی با دامنه R باشد و $f(3) = 0$ باشد دامنه $y = \sqrt{x \times f(x)}$ را بیابید.