



عنوان آزمون : آهنگ متوسط و لحظه ای

نام و نام خانوادگی :

زمان آزمون :

پایه تحصیلی :

تاریخ برگزاری ۱۴۰۲/۰۲/۰۸

نام دبیر :

۱ یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t$ گرم است. در چه لحظه‌ای، آهنگ رشد جرم توده باکتری برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه زمانی $0 \leq t \leq 4$ می‌شود؟

۲ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x} + 50$ متوسط قد کودکان تا شصت ماهگی را نشان می‌دهد که در آن x مدت زمان پس از تولد (برحسب ماه) است.
الف) آهنگ تغییر متوسط رشد در بازه‌ی زمانی $[0, 25]$ چه قدر است؟
ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر قد در ۴۹ ماهگی چه قدر است؟

۳ تابعی با ضابطه $f(t) = \frac{240}{t}$ مفروض است. آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در لحظه $t = 4$ از آهنگ متوسط تغییر تابع f از لحظه $t = 3$ تا $t = 5$ چه مقدار بیش‌تر است؟

۴ یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است.
الف) جرم این توده باکتری در بازه زمانی $1 \leq t \leq 4$ چند گرم افزایش می‌یابد؟
ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t = 4$ چه قدر است؟

۵ آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x+2}$ را وقتی متغیر از $x_1 = 2$ به $x_2 = 7$ تغییر می‌کند به دست آورید.

۶ آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$ در نقطه $x = 2$ چند برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = -1$ است؟

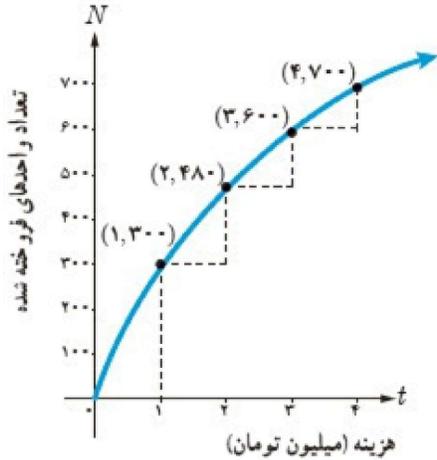
۷ گنجایش ظرفی ۴۰ لیتر مایع است. در لحظه‌ی $t = 0$ سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقی‌مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه $V = 40 \left(1 - \frac{t}{100}\right)^2$ به دست آید:
الف) آهنگ تغییر متوسط حجم مایع در بازه زمانی $[0, 1]$ چه قدر است؟
ب) در چه زمانی، آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 100]$ می‌شود؟

۸ کدامیک از عبارات زیر درست و کدامیک نادرست است:
الف) آهنگ تغییر متوسط تابعی مانند f در بازه $[0, 1]$ همیشه کم‌تر از شیب آن منحنی در نقطه است.
ب) اگر تابعی صعودی باشد، آهنگ تغییر متوسط آن، همواره صعودی است.
پ) تابعی وجود ندارد که برای آن هم $f'(a) = 0$ و هم $f(a) = 0$

۹ آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x^2 - 2x$ را در بازه $[0, 2]$ و آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f را در $x = 1$ محاسبه کنید.

۱۰

نمودار روبه‌رو نمایش میزان فروش تعداد نوعی کالا (N) پس از صرف t میلیون تومان هزینه برای تبلیغ است. الف) آهنگ تغییر N برحسب t را وقتی t از ۰ تا ۱، ۱ تا ۲، ۲ تا ۳ و ۳ تا ۴ تغییر می‌کند به دست آورید. ب) به نظر شما چرا آهنگ تغییرات، وقتی که مقادیر t افزایش می‌یابند، در حال کاهش است؟



۱۱

آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(t) = \frac{100}{t}$ را در لحظه‌ی $t = 5$ به دست آورید.

۱۲

آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \frac{x}{6} + 1$ را به ازای $x_1 = 2$ و $x_2 = 0/2$ به دست آورید.

۱۳

اگر $P(t) = 2000 + 500t^2$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری در زمان t باشد (t برحسب ساعت)، الف) آهنگ متوسط افزایش جمعیت را در ۴ ساعت اول پس از زمان $t = 1$ به دست آورید. ب) آهنگ لحظه‌ای افزایش جمعیت را در $t = 2$ به دست آورید.

۱۴

تابع $f(x) = x^2 - x + 1$ را در نظر بگیرید: الف) آهنگ متوسط تغییر تابع f را وقتی متغیر از $x_1 = 1$ به $x_2 = 5$ تغییر کند، به دست آورید. ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع را در نقطه $x = 3$ تعیین کنید.

۱۵

جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم، جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می‌گیریم. فرض کنیم ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -4t^2 + 40t$ به دست می‌آید. الف) سرعت متوسط در بازه $[2, 4]$ را بیابید. ب) در چه زمانی سرعت لحظه‌ای آن برابر ۱۶ متر بر ثانیه است؟

۱۶

معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 - t + 3$ برحسب متر است. (t برحسب ثانیه است). الف) سرعت متوسط تابع در بازه $[0, 3]$ را به دست آورید. ب) سرعت لحظه‌ای تابع را در $t = 4$ به دست آورید.

۱۷

معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ برحسب متر در بازه $[0, 5]$ (t برحسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند؟

۱۸

اگر سرعت متوسط یک متحرک در یک بازه برابر ۲ متر بر ثانیه باشد و معادله حرکت متحرک به صورت $f(t) = t^2 - t$ برحسب متر باشد. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای متحرک برابر سرعت متوسط آن است.

جدول زیر درجه حرارت T (سانتی‌گراد) را در شهری از ساعت ۸ تا ۱۸ در یک روز نشان می‌دهد.

ساعت h	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
درجه حرارت T	۱۱	۱۳	۱۴	۱۷	۱۹	۱۸	۱۷	۱۵	۱۳	۱۰	۹

آهنگ تغییر متوسط درجه حرارت نسبت به زمان را:

الف) از ساعت ۸ تا ساعت ۱۲ به دست آورید.

ب) از ساعت ۱۲ تا ساعت ۱۸ به دست آورید.

پ) پاسخ‌ها را تفسیر کنید.

معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $S = -2t^2 + 8t + 6$ می‌باشد، در چه زمانی سرعت متحرک صفر می‌شود. در این لحظه ارتفاع متحرک چقدر است؟